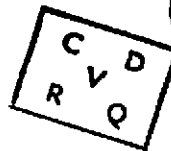




①

On se généralement admis à l'heure actuelle,  
~~mais~~ (en France ~~Stoullens~~), que le plus important  
 traité de mathématique contemporain ~~est~~  
 signé d'un nom de fantaisie, pas même tiré  
 de plaisanterie de normaliens. Ce fut à l'origine  
 celui d'un faux et fictif mathématicien  
 suédois qui honorait l'École Normale de sa  
 visite, ~~la dit mathématicien~~ ~~parce qu'il~~  
 et disait se nommer Nicolas Bourbaki.  
~~Sait-on~~, si à cette époque lointaine, les dix jeunes  
 gens avaient déjà eu l'idée la réduction de leur  
 traité, inspiré par le désir de fonder définitivement  
 la mathématique (moderne - ou si l'on veut),  
 et d'introduire en tout cas le pseudonyme se  
 honorant plus. Pourquoi Bourbaki? Peut-être parce que  
 ces jeunes gens se proposaient d'introduire en France  
 les méthodes dévotées, le purisme de l'étranger?



~~refusing  
water to them~~

Les grandes découvertes mathématiques "contemporaines"  
(entre guillemets) <sup>à usage</sup> connues du grand public ~~et des philosophes~~ <sup>très cultivés</sup>

~~Les géométries~~ sont les géométries <sup>non</sup> euclidiennes, les espaces à plusieurs dimensions (confondus souvent avec les précédentes), l'existence d'une "logistique" certes ridiculisable - bref ce qu'on trouve ~~chez~~ Henri Poincaré. On sait tout de même qu'il y a une théorie des ensembles (qui date des années 1875) et une théorie des groupes (qui remonte au début du XIX<sup>e</sup> siècle), cette dernière avantageusement connue en raison de l'existence tragique, bouleversante et romantique d'un jeune mathématicien qui l'utilisa ~~à propos~~ <sup>de façon géniale</sup>. ~~On ignore~~ <sup>incertaine</sup> ~~en revanche~~, qu'il y a à peu près autant de différence entre la mathématique contemporaine et la mathématique de l'époque de Poincaré (de ses débuts) qu'entre celle-ci et la mathématique <sup>grecque</sup> ~~antique~~. ~~On ne se passe pas de mois qu'on ne voit paraître des traités destinés à initier aux mathématiques modernes les jeunes~~ <sup>il ne se passe pas de mois qu'on ne voit paraître des traités destinés à initier aux mathématiques modernes les jeunes</sup>. A vrai dire on commence à le savoir ; des efforts sont faits pour "moderniser" l'enseignement, <sup>il y reviendrai plus loin.</sup> ~~On ne se passe pas de mois qu'on ne voit paraître des traités destinés à initier aux mathématiques modernes les jeunes~~. Quant à initier les vieux, ce sera assez difficile ; un bon mathématicien qui a terminé ses études vers 1930 et qui n'a pas suivi le développement des mathématiques modernes, ~~est~~ <sup>est</sup> encore plus dérouteré en ouvrant le traité de Bourbaki que quelqu'un qui n'y connaît rien. Des habitudes mentales sont prises et il est difficile de s'en dégager, <sup>les</sup> ~~quelqu'un qui n'y connaît rien~~ a plus de chances de se re-

Σύμφωνα με τον



trouver. La raison de ce ~~phénomène~~ phénomène est elle-même double :  
l'abstraction mène à considérer des structures extrêmement sim-  
ples qui <sup>devient</sup> sont celles-mêmes de l'esprit humain (<sup>d'après Piaget</sup> et qui retrou-  
vées Jean Piaget par son épistémologie génétique), <sup>et lui</sup> car elles doi-  
vent être accessibles à tout esprit non-prévenu ; un enfant (non  
complexé) prend intuitivement et immédiatement avec la notion d'en-  
semble, de réunion, d'intersection, <sup>d'union</sup> etc. Qu'est-ce qui fait la dif-  
ficulté de lecture du traité de Bourbaki pour un mathématicien des  
années 30 ? C'est qu'il cherche à voir, lui, pourquoi ~~(je le suppose)~~  
~~se intelligent) on a besoin de telles abstractions, pourquoi les ma-~~  
thématiciens ont ~~été~~ été amenés à des abstractions qui lui parais-  
sent <sup>qui est</sup> lui habitué au "concret" des fonctions continues gentiment  
dérivables ou des fonctions analytiques d'une variable complexe,  
parfaitement inutiles, pour ne pas dire saugrenues. Pour qui a dé-  
couvert la théorie des groupes de substitution dans Serret (ou mê-  
me dans Verriest) le visage qu'elle prend dans Bourbaki peut au pre-  
mier abord déconcerter. Une fois qu'on a compris la nouvelle présen-  
tation, on peut se demander en regardant aux ~~concernant~~ non-initiés :  
"que peut-on y comprendre, si on ne sait pas déjà de quoi il s'a-  
git". On a reproché à Bourbaki son abstraction extrême. Il la par-  
tage avec nombre d'auteurs contemporains, <sup>desquels</sup> parfois s'en  
expliquent. Je prends par exemple <sup>pour</sup> les Foundations of Algebraic To-  
pology <sup>Steenrod</sup> ~~et Eilenberg~~ (1952) qui donne une axiomatisation  
d'une théorie chère à bon nombre <sup>d'élèves</sup> de Bourbaki, (quoique  
son traité n'en parle pas encore). ~~Voici ce que disent ces deux au-~~  
~~teurs dans leur~~ <sup>disent dans</sup> Préface : "Aucune raison ~~ne~~ n'est donnée des



axiomes. On demande au débutant de les prendre tels quels - comme  
 "articles de foi - jusqu'à la fin du <sup>chap</sup> III. Ce ne doit pas être  
 "difficile, car la plupart de ces axiomes sont naturels, et leur en-  
 "semble possède une beauté interne suffisante pour inspirer foi ~~de~~  
 "Au moins crédule."



Utilité future, beauté interne : ~~ce~~ sont les deux rai-  
 sons qui doivent éviter ~~aux~~ au débutant les inquiétudes quant ~~à~~  
~~de~~ au choix de tel axiome plutôt que ~~de~~ tel autre.  
 Utilité, beauté, ne sont-ce pas là les deux caractères de la ma-  
 thématique, ceux qui la rapprochent de l'art et la ~~la~~ différencie.  
 Une théorie mathématique vivante (et vraie en soi - ~~ce~~ c'est une  
 autre histoire) est à la fois belle et utile. Et ceci sans qu'il y  
 ait contradiction entre ces deux aspects. Une "demande" de la phy-  
 sique amène parfois la naissance de théories caillouteuses, le pra-  
 ticien est pressé ; la mathématicien figole ensuite son travail et  
 la route ~~caillouteuse~~ <sup>ralotaise</sup> devient la belle autostrade sur laquelle le  
 praticien roule sans difficultés. Le physicien taille son chemin  
 à la serpe, à la pioche, à la pelle. Les mathématiciens trouvent  
 le sentier intéressant, l'aménagent. Si le physicien a besoin que  
 son chemin soit plus large ou aille plus loin, le mathématicien ar-  
 rive avec son boule-doseur. Puis il perfectionne, et ainsi de suite.



for. même.  
 Allez une route  
 à l'air fin l'usage  
 une région où le  
 physicien ne se sent  
 pas le besoin d'aller ;  
 mais, vient  
 un temps où le  
 physicien éprouve le  
 besoin de voir un peu de la côté-là  
 et il se réjouit de trouver la route prête.

- Là est la différence entre mathématique et art : il y a  
 toujours divergence, contradiction entre beauté et utilité, sauf  
 peut-être en architecture, le plus mathématique des arts (avec la  
 musique, il est vrai). Seule la religion a servi de moyen terme



97

dialectique, entre beauté et utilité de l'art. Mais ça sort du sujet.  
 Je reviendrai plus loin sur la beauté. Revenons à l'axiomatisation.  
 En fait, il s'agit de s'entendre : Si la base en est au maximum  
 axiomatique (et nous verrons plus loin ce qu'il faut entendre par  
 là), les développements se font en fonction du "concret" à attein-  
 dre, c'est à dire d'une part des desiderata de la physique, d'autre part  
 des problèmes "vivants" (je ne dirai pas "à la mode") pour les ma-  
 thématiciens d'aujourd'hui. Si le lecteur (prévenu) trouve Bourba-  
 ki "abstrait" - trop abstrait - c'est parce qu'il ne sait pas ce  
 que demande la physique, ses besoins ~~(ce n'est pas le cas)~~  
~~les besoins de la physique~~ : quelle chance pour Kepler que la  
 théorie des coniques ait préexisté ! Quelle chance pour Einstein  
 d'avoir trouvé tout prêt le calcul tensoriel et le calcul diffé-  
 rentiel absolu. Et dans un autre domaine, P A MacMahon, mathéma-  
 ticien anglais, écossais même (1854-1929) avait élaboré une théo-  
 rie (celle des rectangles latins) par goût du paradoxe et défi à  
 l'utilitarisme ; il la jugeait à tout jamais stérile et inutile.  
 Elle sert au contraire maintenant couramment dans les plans d'ex-  
 périence). La physique a besoin de notions extrêmement abstraites.  
 Le physicien peut même élaborer une notion contradictoire comme la  
 fonction  $\delta$  de Dirac. Absurde, cette fonction  $\delta$ , nulle mais dont  
 l'intégrale est égale à 1 lorsque la variable pour toute valeur de  $x$   
~~la variable~~ tend vers 0. Or on se sert de cette fonction, elle est  
 même fort utile en électricité. Il y a là un "problème" - résolu  
 par Laurent Schwartz avec sa théorie des distributions - théorie  
 abstraite, axiomatique (suraxiomatisée maintenant) qui permet de



CENRE DE DOCUMENTATION RAYMOND QUENEAU, Bibliothèque principale, place du Marché, 4800 VERVIERS (BELGIQUE) 87/33 46 67



fonder rationnellement la théorie de cette pseudo-fonction et per-  
met aussi au physicien de l'utiliser sans fausse honte.

~~Mais laissons à la lecture à préjugés.~~ La lecture des

Eléments dit le prospectus "ne suppose ~~rien~~, en principe, aucune  
connaissance mathématique particulière, mais seulement une certaine  
habitude du raisonnement mathématique et un certain pouvoir d'abs-  
traction". Naturellement, il ne faut pas prendre cette phrase au  
pied de la lettre ; et le "certain" peut être qualifié de litote.

~~Il ne faut pas s'imaginer en effet que Bourbaki "se lit comme un ro-  
man" (les romans, il est vrai, maintenant, ne sont plus si faciles  
à lire), on s'y casse facilement les dents.~~ Dans un autre passage

de ses Eléments, Bourbaki dit qu'il s'adresse aux gens qui savent  
au moins lire et compter. Effectivement. ~~Mais~~ Tout livre, [c'est  
pourquoi la lecture est en un sens liberté, (c'est pas comme la mu-  
sique)] ~~vous offre la possibilité de le refermer.~~ Mais, dira-t-on, si Bourbaki ne  
s'adresse ni aux vieux mathématiciens enfoncés dans leurs habitu-

des ni aux lecteurs trop dépourvus, à qui s'adresse-t-il ? Eh bien, *principalement,*

aux jeunes qui ont une bonne formation mathématique - et qui ont  
l'"esprit" ouvert". ~~Un~~ Un phénomène remarquable se produit ~~alors~~ <sup>alors !</sup>

~~se joignent~~ <sup>ils</sup> ~~se joignent~~ rapidement et dépassent des maîtres qui ont eu  
du mal à sortir de l'ornière des mathématiques françaises "classi-  
ques" et un peu ~~adossés~~ <sup>adossés</sup> de l'après-guerre de 14-18 (laquelle dé-

truisit un nombre appréciable de mathématiciens). Il y a là un phé-

~~nomène qui ressemble un peu à ce qui s'est passé dans le développe-  
ment de la psychanalyse : pour être psychanalyste il faut avoir été~~







psychanalysé. Mais alors, qui a analysé Freud ? Eh bien, on le sait... maintenant, il s'est autoanalysé génialement, il s'est génialement débrouillé. Il en est de même avec Bourbaki qui dut s'enseigner lui-même, se forger lui-même son propre esprit.

Mais il ne faut pas croire <sup>d'ailleurs</sup> que, merveille génétique, Bourbaki se soit engendré lui-même. Son père même peut être nommé, c'est Hilbert, et il eut comme nourrices <sup>antiques, van der Waerden</sup> ~~van der Waerden, Artin~~ <sup>et quelques penseurs français comme</sup> ~~Emmy Noether, Artin, Borel, etc.~~ <sup>rien que des noms étrangers comme</sup> on voit. Et c'est là où intervient le point de vue nationaliste dans la genèse de Bourbaki, dont j'ai parlé plus haut, page un même.



Poincaré a joué un mauvais tour à la mathématique (et à la philosophie) française en raillant le grand Péano et sa définition "logistique" (comme on disait alors) du zéro (aussi Bourbaki l'a-t-il reprise - sous sa forme actuelle). Son autorité a détourné les mathématiciens français des recherches logiques - tout le développement de la logique moderne s'est fait à l'étranger <sup>(à l'exception de Herbrand mort jeune)</sup> en France avant Bourbaki on ne peut citer que Herbrand, mort jeune et qui pis est de l'axiomatique. Or c'était là que se trouvait la source vivifiante de la mathématique, c'était même un retour aux sources grecques, et c'était Hilbert qui dispensait cette eau thérapeutique et rajeunissante. La mathématique française s'est trouvée et par le fait de la guerre de 14-18 ~~destructrice de jeunes et~~ par l'influence de Poincaré, en pleine crise gérontique. Un peu de retard, et le retard s'accroît, <sup>malgré</sup> la ~~mathématique~~ <sup>mathématique</sup> suit une





<sup>p'aurait peut-être</sup>  
 courbe exponentielle. ~~On voit d'autre part~~ que la mathématique est  
 une science de "jeunes", c'est autour de 20-25 ans que le mathéma-  
 ticien "fait" son œuvre <sup>(mettons-le jeune à l'université)</sup> vers les années 30, quelques jeunes ma-  
 thématiciens ont pris conscience du retard pris par les mathémati-  
 ques françaises non seulement dans l'enseignement <sup>(il ne s'agit pas de l'école que</sup>  
<sup>depuis peu)</sup> voir plus haut et voir ci-dessous) mais encore dans la recherche.  
 Et ils créèrent Bourbaki. Et depuis la guerre de 45, trois français  
 ont eu la médaille <sup>Field, sorte de</sup> prix Nobel, mathématiques, Schwartz, Serre et  
 Thom.

(Ici il ne faut partir dans deux sens : l'originalité de  
 Bourbaki (comme suite à ce qui a été dit ci-dessus sur Hilbert) ;  
 le rajeunissement perpétuel de Bourbaki (ce qui implique des no-  
 tions sur le groupe Bourbaki, cooptation etc.) Il y a aussi à ci-  
 ter le passage de Leibniz - mais, où ? Je parlerai tout d'abord du  
 rajeunissement).

Bon très bien dira-t-on, votre Bourbaki qui <sup>devrait</sup> avoir  
 26 ans vers les années 30, en a 50 maintenant. Il doit avoir vieill-  
 li, nécessairement <sup>nécessairement</sup> votre fictif mathématicien, il doit avoir pris du  
 retard. Eh bien non, Bourbaki n'a pas vieilli parce qu'il ne peut  
 pas vieillir.

Bourbaki, ~~si ce n'est pas de la fiction~~, est une collectivité  
 qui se renouvelle par cooptation. Il a été décidé que les bour-  
 bakistes dépassant la cinquantaine ne font plus partie du groupe  
 sinon à titre consultatif et vénéré. Comment travaillent les Bour-  
 baki ? On dit que.... une rumeur veut que.... l'un d'entre eux (ou





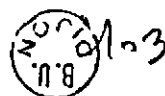


Qu'est-ce à dire ? Comment expliquer que ce qui fut théorème important soit devenu simple exercice ? Faut-il supposer le mathématicien actuel plus intelligent que celui d'autrefois ? <sup>?</sup>  
~~bien sûr que non, mais~~ Il y a là l'aboutissement d'un ~~processus~~ <sup>processus</sup> courant dans l'histoire des mathématiques. La démonstration d'un théorème nouveau est parfois extrêmement ardue, compliquée, <sup>"involved" et pour brutalement "chinoise"</sup> ; puis on la simplifie ; puis le théorème entre dans l'enseignement ; il devient courant ; ses simplifications en rendent son usage facile ; enfin, s'il n'est pas essentiel, s'il n'est pas non plus nécessaire au "style" actuel, aux développements à venir il tombe au rang d'exercice. Il y a des exceptions : des théorèmes qui restent toujours difficiles, des théorèmes qui restent toujours essentiels.

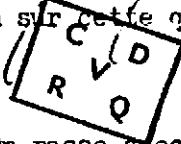


Dans les arithmétiques anciennes, pour prendre un exemple simple, un chapitre était consacré à l'addition des toises, un autre à l'addition des sols, un autre à l'addition des <sup>deniers</sup> ~~grains~~, etc. Seuls quelques grands esprits en ces temps parvenaient à l'abstraction de l'addition d'objets quelconques. Maintenant on exige (et l'on obtient en général) cette abstraction d'enfants de huit ans.

Plus récemment, on étudiait longuement les propriétés de l'ellipse (après celles du cercle bien sûr), puis de la parabole, puis de l'hyperbole. Puis est venu le moment où l'on a étudié globalement, simultanément, les coniques ; et les théorèmes particuliers (dépendant de théorèmes généraux) relatifs à l'ellipse, à la parabole, etc. sont tombés eux aussi au rang de simples exercices.



*Je ne diminue pas l'importance*  
~~En outre une fois ce n'est pas pour diminuer l'originalité de Bour-~~  
~~baki, mais on trouve la même attitude dans des ouvrages d'ensei-~~  
~~gnement à l'étranger, par exemple dans l'Introduction à la théo-~~  
~~rie des nombres de Vinogradov où l'on propose comme exercice de dé-~~  
~~montrer que les nombres premiers ont en nombre infini. Il y a là~~  
~~une certaine attitude mentale peut-être. Il est certain que pour~~  
~~Vinogradov un tel théorème est aussi simple que 2 et 2 font 4. Le~~  
~~fait est que la démonstration en est immédiate, et que une fois~~  
~~connue on peut presque la qualifier d'intuitive. Il en est de~~  
~~même de l'irrationalité de  $\sqrt{2}$  dont la démonstration est actuelle-~~  
~~ment quasi-immédiate. Finalement un homomorphisme n'est pas plus~~  
~~abstrait qu'un nombre entier (on développera ça dans le paragra-~~  
~~phe pédagogie). Nous reviendrons plus loin sur cette question des~~  
~~exercices.~~



*En fait, grand point intuitif, très bon point. En fait de compte*  
~~Ainsi en est-il pour Bourbaki. On passe avec lui à un~~  
~~nouveau degré d'abstraction; il en résulte que des théorèmes~~  
~~soit particuliers soit marginaux tombent au rang de simples~~  
~~exercices, les uns parce qu'ils sont simples applications de~~  
~~théorèmes plus généraux, les autres parce qu'ils n'ont pas de~~  
~~rôle à jouer dans des exposés futurs, qu'ils sont en quelque sor-~~  
~~té des impasses au moins relativement à l'allure générale que~~  
~~Bourbaki donne à son traité (il y a quelquefois des repentirs ;~~  
~~voir en particulier les~~  
~~travaux d'exemple, même maintenant des termes nouveaux ou défi-~~  
~~nis seulement dans les exercices figurent dans l'Index terminolo-~~  
~~gique) - ce qui ne se faisait pas dans les premiers fascicules).~~

*à l'index  
 B. fait  
 des pages*



1954

CENTRE DE DOCUMENTATION RAYMOND QUENEAU, Bibliothèque principale, place du Marché, 4800 VERVIERS (BELGIQUE) 87/33 46 67

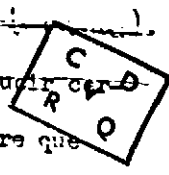
le seule union qui [soit] [semblable] aux [constructions] [mathématiques],  
Ce qui rattache le plus Bourbaki à "l'ancienne mathématique"

(propos)  
Éléments de l'histoire  
des mathématiques

ce sont ses notes historiques qui viennent d'être recueillies  
en un volume séparé. Pour le lecteur naïf, ~~il existe, et il y en a une plus~~  
~~les lecteurs d'ici quelques années~~, on ne peut que conseiller pour la  
lecture d'un fascicule bourbakien ~~de commencer par la note his-~~  
~~torique~~. S'il est effrayé par l'abstraction, il y verra ses origi-  
nes concrètes ; s'il ne sait trop de quoi il s'agit, il ~~sera~~ <sup>sera</sup> ~~réfugié~~  
~~de l'ère plus "classique"~~. C'est ainsi que <sup>les</sup> formes sesquialatérales et  
quadratiques, liquides en quelque sorte la géométrie "élémentaire", <sup>qui</sup>  
ou, si l'on veut, ~~il découvre la géométrie "élémentaire" comme ap-~~  
~~plication, succédant, conséquence de la théorie des formes quadra-~~  
~~tiques, de même qu'il découvre le calcul des probabilités~~ <sup>comme</sup>  
~~l'appendice de l'intégration~~

Nous allons revenir un peu sur nos pas pour adoucir cer-  
taines phrases précédentes et qui pourraient laisser croire que  
l'originalité de Bourbaki est nulle. En fait, les Bourbaki sont des  
mathématiciens éminents qui ont participé à l'avancement de la ma-  
thématique et qui en ont fait profiter le Traité. Pour n'en citer  
qu'un exemple, les notions de structure uniforme et de filtre qui  
donnent toute leur originalité au premier fascicule de Topologie  
Générale sont dues <sup>en partie</sup> à André Weil, l'autre à Henri Cartan. Il  
faut dire aussi que de nombreux travaux des membres de Bourbaki ne  
peuvent apparaître dans le Traité, puisqu'il s'agit, ne l'oublions  
pas, d'un livre élémentaire.

On ne saurait trop insister sur ce point ; plus loin nous



*(non pas de Bourbaki, mais  
ce qui m'importe peut être plus le contenu)  
dans tout ça, je veux dire dans Bourbaki, il s'agit bien comme l'ensemble le  
plus d'éléments, et ce mot doit être pris, comme tout terme bourbakien,*

*donc son sens fort  
et exact (uniquement  
satisfaisant)*

Il s'agit effectivement de mathématiques élémentaires, et  
qui ne veut point dire facile - non de mathématiques "supérieures".

On n'y trouve (jusqu'à présent) ni la théorie analytique des nom-  
bres, ni les travaux de MM. Serre et Grothendieck, *ni l'algèbre  
homologique et la théorie des schémas*  
comme courants, les produits tensoriels de modules, la théorie

de *Reich*, etc., qui ne passent pas pour de la petite littérature.

Entre la lecture de Bourbaki et les travaux originaux de mathéma-  
tique moderne, il y a encore un monde. Une bonne connaissance de

Bourbaki ne permet pas d'aborder la lecture d'un mémoire de *de Ser-  
re ou de Grothendieck* tout au plus cela permettrait d'entre-  
voir vaguement de quoi il s'agit. *(il est vrai que Bourbaki n'a  
encore rien publié concernant la géométrie différentielle, la géo-  
métrie algébrique, etc.)* Je ne dis pas ça (que ça ne permet pas  
de lire les mémoires originaux) non pour pousser au désespoir,

mais au contraire pour encourager : la mathématique continue à  
avancer à grand train, et Bourbaki sont les bottes de sept lieues  
que quiconque doit chausser s'il veut rattraper (le train) !

Pour le moment on part de l'élémentaire, tout d'abord  
de la logique, puis de la théorie des ensembles, ensuite sont ex-  
posées les deux structures fondamentales la Topologie générale et  
l'Algèbre, ensuite On passe à des structures plus complexes, Es-  
paces vectoriels topologiques, Fonctions de variables réelles,  
Intégration. La deuxième partie sera probablement intitulée Algèbre

*(!) Signalons qu'il y a des démonstrations récentes de la vérité mathématique actuelle  
que Bourbaki lui-même (provisoirement?) en dehors de ses publications, par  
exemple les mathématiques finies, et aussi la théorie des fonctions réelles qui  
joue un rôle de plus en plus important en mathématiques et en logique.*

Commutative. <sup>le livre</sup> Ce deuxième fascicule <sup>sur</sup> concernant les Algèbres de <sup>lie</sup> ne n'a pas de place encore marquée dans l'ensemble. Evidemment lorsque Bourbaki dit qu'on peut aborder la lecture de son livre sans préliminaires, le lecteur étant simplement supposé doué d'un certain "pouvoir d'abstraction", il faut prendre une telle affirmation "cum grano salis". Ensuite Bourbaki fait la réserve qu'il est préférable d'avoir une bonne connaissance du programme de maths générales. Ailleurs encore il dira qu'il n'écrit pas pour ceux qui ne savent pas le calcul ni reconnaître un chiffre d'un autre. Effectivement, il s'adresse à quelqu'un qui veut lire ; c'est là toujours la même question : Qui veut lire ? On ne peut forcer à lire un livre, Hegel lui-même l'avait bien vu. Donc, celui qui veut lire Bourbaki, il lui suffit outre d'avoir de la bonne volonté, effectivement un certain "pouvoir d'abstraction".

Nous allons passer maintenant aux différentes originalités de Bourbaki, nous avons vu celles concernant les exercices, les notes historiques, le contenu même, nous allons maintenant passer au vocabulaire et au style.

La précision des dénominations étant une condition essentielle de l'avancement de toute science et les vocables d'usage courant s'avérant <sup>en</sup> nombre insuffisant pour la demande, les savants se voient obligés de forger des termes nouveaux. La langue française ~~est~~ particulièrement peu propre à enfanter de nouveaux mots et des dérivés valables (qui a jamais pu en tirer de eau ou de feu ?) (Il faut recourir au latin <sup>ou au grec</sup> ~~ou au grec~~ ou au grec ~~ou au grec~~).

C.D.R.E.  
R.Q.  
LIMOGESC  
D  
R  
Q





Une bonne connaissance <sup>de la langue française</sup> ~~du grec~~ est nécessaire en <sup>dans les sciences naturelles.</sup> ~~médecine, en bio-~~

~~logie~~. La physique et la chimie ont la ressource des vocables artisanaux et industriels plus ou moins décafé. Les mathématiciens ont en général avec bonheur utilisé les ressources ~~communes~~ du français et Bourbaki se montre sur ce point d'un tempérament fort ~~caustique~~.

~~En~~. En dehors de morphisme (fils décapité des homo, homeo, iso, etc. morphismes - inventions, je crois, germaniques), et des sections (bi, in, sur, etc) latinisantes, l'astuce a été d'employer des mots d'usage courant, en leur donnant une définition précise. Ainsi <sup>évidemment, l'usage</sup> ~~en~~ en dehors des matrices pré-bourbakistes, on voit fleurir les ~~foyeaux~~, les scôles, les germes, les clans, les boules, les pavés, les filtres, les carapaces, <sup>et l'enfance. Seuls, les meilleurs se réfèrent à Bourbaki</sup>

Seul point: Bourbaki se refuse à ~~utiliser~~ et préfère ensemble réticulé.

Nous allons maintenant passer au style <sup>sur lequel il n'y</sup> ~~sur lequel il n'y~~ à rien à dire, sinon qu'il est strict, rigoureux, etc. Parfait quoi et celui des notes historiques est tout particulièrement remarquable. Mais du style nous allons glisser à l'humour.

Pourquoi est humour? Il y a le nom de M. Bourbaki, l'association aux adjudants (par exemple dans la préface du chapitre II).

Humour encore dans les feuilles volantes <sup>il y a les feuilles volantes, initiales</sup> ~~initiales~~ "mode d'emploi" comme s'il s'agissait d'un produit quelconque. Humour encore dans un ouvrage de cet ordre <sup>(x remplace humour et l'usage de l'usage)</sup> ~~pour d'un coup de signaler~~ comme moyen mémotechnique que le signe U rappelle (union), Humour encore, dans les exemples, de citer presque toujours et presque exclusivement l'ensemble vide. Humour encore, de relever le gant jeté pour Henri Poincaré

surpasse et fait de la  
censure, et en fait;  
le but de la parait  
pour être trop "normale"

Humour, phrases  
dans un mot, l'humour, des phrases  
il faut faire de l'humour  
de l'humour, phrases  
cause de l'humour  
providentielles, je ne  
peux pas faire ça  
la une manifestation  
particulière de l'humour  
de Bourbaki, humour  
tout on parle. Les  
Il y a le nom de M. Bourbaki,



l'ensemble qui s'appelle "ensemble vide" (p. 67, fasc. XVI - Exercices II)

vide (en note il est vrai) +



"la critique, souvent injuste, de H. Poincaré en particulier, porta un coup sensible à l'école de Peano et fit obstacle à la diffusion de ses doctrines dans le monde mathématique" (Histoire p. 21).

~~Je l'ai dit d'ailleurs (ou je commence à le dire ici) même~~

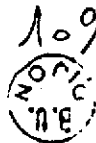
Une réforme n'est pas faite pour les mollassons. Les sciences, gonflées de faits, ont constamment besoin de dégraissage (exemple : la chimie). Mais combien d'habitudes il faut combattre ! Aussi est-il nécessaire qu'il n'y ait pas de concessions et c'est ce que Bourbaki a fort bien compris au risque du paradoxe et de l'humour. Lorsqu'on est persuadé que la déchéance de la "géométrie", déchéance "inéluotable" (p. 196 du chapitre 9), lorsqu'on est persuadé que la "mine est tarie", que ce "chapitre de la théorie des groupes, et des invariants peut-être considéré comme clos jusqu'à nouvel ordre" (p. 196) on ne va pas faire un sort à ces "théorèmes" de la géométrie euclidienne qui firent souffrir bien des écoliers, que l'on peut débobiner à l'infini et qui ne font plus la joie que des amateurs.

Aussi voit-on des théorèmes célèbres remis dans les exercices. Cette question des exercices déjà abordée plus haut revient donc à une prise de position, et à une prise de position (ce qui est net dans le cas des nombres ordinaux : cette théorie n'ayant guère eu d'applications, de vie, comme elle demeure isolée, l'essentiel en est remis dans les exercices.)

~~Représentons, par exemple, cette question de la géométrie si~~

~~traitée.~~ Si l'homothétie apparaît à la page 2 du chapitre II de





l'Algèbre, la droite (homogène) page 38, la notion des parallèles n'apparaît que page 127, les translations (page 127) dans l'appendice II, qui lui-même n'apparaît que dans la seconde édition de ce chapitre, le parallélogramme dans l'ex. 1 de l'appendice II (P. 131), le théorème du quadrilatère complet dans l'appendice III ex. 7 (page 144) et le théorème de Desargues dans l'ex. 9 (page 145); quant aux involutions, aux symétries et aux similitudes, on ne les découvre que dans le chapitre II (toujours de l'Algèbre) pages 95, 97 et 98 respectivement et enfin le théorème de Pythagore page 100 <sup>comme complément</sup> d'une définition du chapitre II appendice II, d'une autre (celle de projecteur) au paragraphe 1 du chapitre 8 et de la <sup>formule</sup> (12) page 6 du même fascicule relative aux applications sesquilinéaires. Un esprit chagrin pourrait trouver que le pont aux ânes <sup>est devenu</sup> le pont de Tancarville ~~et n'est pas~~ car notre théorème enjambe non plus seulement l'espace euclidien défini sur le corps des réels mais encore bien d'autres.

Continuons : les déplacements p. 101, les coniques dans les ex. 23 et 25, les rotations p. 152, l'angle de deux droites page 168, l'angle droit page 170, les fonctions trigonométriques page 171. Pourquoi si loin ? Génétiquement, on a étendu les fonctions trigonométriques définies sur le corps des réels aux nombres complexes d'où la formule d'Euler  $e^{i\pi} = -1$  qui fait rêver les parascientifiques, ~~et les autres~~. Ici on nous sommes dans l'axiomatique, et on nous ~~sa~~ <sup>comme</sup> ~~vous~~ qu'il existe bien d'autres corps (ou anneaux) ~~de nombres~~ que ceux des réels et des complexes, on commence par établir des formules valables pour toute algèbre (plus exactement sous-algèbre d'un certain



espace (ensemble) des applications linéaires) engendrée par les similitudes directes définies par une forme bilinéaire laquelle est elle-même définie comme application du produit de deux modules dans un bi-module. Continuons, nous trouverons le cercle unité dans l'ex. 2 du chapitre 10 (page 175) la sphère dans l'ex. 12 (page 179), la puissance d'un point par rapport à une sphère (page 180), l'inversion (page 180).

~~Je me suis étendu sur ce point, parce qu'il est particulièrement significatif et compréhensible~~ <sup>simple</sup> et compréhensible <sup>la</sup> la géométrie élémentaire étant en général chose assez connue; ~~c'est pourquoi je ne puis aller au-delà de cette instruction.~~

On a généralisé de plus en plus, les faits se sont accumulés, d'où la nécessité de l'axiomatisation.

- Quelles sont les raisons de l'axiomatisation? Voici ce que disent par exemple Milenberg et ~~Steenrod~~ <sup>Steenrod</sup> dans ~~leur~~ <sup>leur</sup> ~~ouvrage~~ <sup>ouvrage</sup> ~~de~~ <sup>de</sup> ~~Topologie~~ <sup>Topologie</sup>.

"Le bénéfice principal d'un traitement axiomatique <sup>tient</sup> <sup>à</sup> surtout à la simplification qu'elle apporte dans la démonstration des théorèmes. Les démonstrations basées directement sur les axiomes sont généralement simples et "conceptuelles" (satisfaisantes pour la raison). Il n'est plus nécessaire qu'une démonstration soit alourdie par la ~~la~~ <sup>la</sup> lourde machinerie utilisée pour définir les groupes d'homologie. On n'a plus besoin de se demander à la fin d'une démonstration : est-ce qu'elle tient encore avec une autre théorie de l'homologie? [Car il y a plusieurs théories de l'homologie, ~~et~~ <sup>il</sup> ~~est~~ <sup>est</sup> ~~long~~ <sup>long</sup> ~~à~~ <sup>à</sup> ~~expliquer~~ <sup>expliquer</sup>] Quand on a démontré qu'une théorie de l'homologie satisfait aux axiomes, on peut se passer de la "machinerie" ~~(l'architecture lourde)~~ <sup>(l'architecture lourde)</sup> de sa construction. Les axiomatisations réussies ont toujours conduit à de nouvelles techniques de la démonstration et un nouveau langage correspondant".

Nous avons déjà vu pour Bourbaki ce qu'est son nouveau langage. ~~Quant aux~~

de mathématiques, elles seront dit le Mente d'emploi, « complètes » et ce qui va de soit, 2. y compris. X faut ajouter que ce qui est intéressant dans les mathématiques pour (Amateur)

Y a donc aussi la question de la démonstration. C'est là un point, qu'il ne faut pas passer légèrement. L'"amateur" se satisfait parfois de démonstrations insuffisantes ou même de démonstrations fausses tels les quadratureurs et les Fermat-Löser; Et même, seul l'intérêt le résultat. Un philosophe des sciences, un ingénieur, chacun pour des raisons différentes, pourront n'être intéressés que par les résultats. Un philosophe des sciences par exemple, qui veut commenter la généralisation de la notion de la fonction périodique (je prends un sujet un peu vieillot) se satisfera de savoir qu'il n'y a pas de fonction (uniforme) de plus de deux périodes et que si une fonction a deux périodes, le rapport de celles-ci est imaginaire. La démonstration lui importe peu ; ce en quoi il a tort, car tout l'intérêt réside dans la démonstration. Le mathématicien est essentiellement un homme qui démontre.

Ce qui importe en mathématiques, c'est la démonstration. En philosophie, on se contente de conjectures. On conjecture cela et le plus souvent, pour convaincre, on fait appel à l'autorité d'un philosophe moderne qui ont souvent à prouver, énoncés par les dévotions de ceux qui s'engagent. Les sciences non mathématisées se situent entre les deux : on ne conjecture qu'après expérience. Ce n'est pas à dire que le mathématicien ne fasse point de conjectures ; cela peut l'aider, mais pour lui cela n'aura guère de valeur informative, tant qu'il n'y aura pas de démonstration. C'est surtout en théorie des nombres que l'on connaît ce genre de conjectures : par exemple celle de Goldbach "presque" démontrée par Vinogradov. Mais d'autres ont été démontrées fausses, et encore on a trouvé des cas où la conjecture était énoncée. Je citerai plusieurs cas significatifs :







*Donner une preuve des conjectures ne sont pas fausses, mais*

Assurément que seule compte une démonstration qui ~~soit~~ sera vraie pour tout nombre; ~~mais~~ d'une façon <sup>(uniquement en elle-même, prouvée par elle)</sup> pythagorique, les très grands nombres ne sont pas indifférents, <sup>ils</sup> ne forment pas un magma indifférencié. D'ailleurs ~~comme chacun sait~~ il n'y a pas de nombres inintéressants. Hardy raconte qu'allant voir Ramanyan, <sup>un jour</sup> il lui dit : "tiens je suis venu dans un taxi portant le numéro 1729. Ce n'est pas un nombre bien intéressant." "31, dit Ramanyan après un moment de réflexion, c'est le plus petit nombre qui soit de deux façons différentes la somme de deux cubes". Anecdote célèbre et presque ~~doublée~~. <sup>On peut montrer de façon simple</sup> Mais mieux et de plus on <sup>peut démontrer</sup> qu'il n'y a pas de nombre entier inintéressant. On peut répartir en effet les nombres entiers en deux classes, celle des nombres intéressants et celle des nombres inintéressants. Celle-ci ~~aura~~ aura un plus petit nombre ; or le plus petit ~~nombre~~ des nombres inintéressants est un nombre intéressant. Il faudra donc le mettre dans la première classe. Et ainsi de suite.

~~Un mathématicien jugera toujours une démonstration peu satisfaisante si elle est basée sur des astuces étrangères au sujet ou encore si elle est basée sur l'énumération et la résolution de différentes possibilités.~~ <sup>(magnifique)</sup> L'effort du mathématicien porte aussi bien sur la simplification des démonstrations que sur la découverte de nouveaux théorèmes. Par exemple en théorie des nombres, il est <sup>Satisfait</sup> ~~satisfait~~ de découvrir des démonstrations "élémentaires" <sup>(de plus en plus élémentaires pour)</sup> sans appel à l'analyse. Lorsque Hermite et Lindemann eurent démontré (par des moyens analytiques) que  $e$  et  $\pi$  sont des nombres transcendants, les mathématiciens n'eurent de cesse





115  
NOT  
119C.I.D.R.E.  
R.Q.  
LIMOGES

d'en trouver une démonstration "élémentaire" (ne faisant appel, tout au moins, qu'au théorème fondamental de l'algèbre). Hilbert, par exemple, a été de ceux-là - lui qui pour démontrer (toujours en théorie des nombres) que tout nombre suffisamment grand est la somme de  $G(k)$  puissances  $k^{\text{ièmes}}$  au plus ou, si on supprime "suffisamment grand", de  $g(k)$  puissances au plus, utilise "une intégrale de volume dans un espace à 25 dimensions, nombre qu'il peut ensuite réduire à 5" (G.H. Hardy), ~~trois problèmes célèbres de la théorie des nombres page 17. Je signa-~~  
~~le en passant que le nombre 79 est la somme de 19 bicarrés, et que~~  
~~l'on "n'en connaît aucun nombre qui en exige davantage" (page 11), ce~~  
~~à quoi il est fait allusion dans Odile page 1)~~

~~Mais est-il possible d'obtenir toujours une démonstration~~  
~~élémentaire ? Le que le théorème de Gödel semble nier.~~

Une démonstration est une réduction (plus ou moins lointaine) à une tautologie ; mais toute démonstration trop claire est "triviale". Ici le mathématicien est pris entre deux tendances : la réduction axiomatique d'une part, de l'autre, la joie esthétique, l'enchantement que lui procure une démonstration difficile. On parle alors avec gourmandise d'un théorème "profond", d'une démonstration "involved".

La démonstration de l'irrationalité de la diagonale du carré de côté 1 fut un théorème "profond", dramatique même. On y est habitué. ~~Actuallement~~ Sa démonstration est presque triviale.

Le théorème de Jordan, démonstration ardue d'une chose simple, demeure ardue. ~~C'est la trop grande intuitivité de l'objet du théorème qui, de plus, choque l'esprit que la démonstration en soit difficile~~

*et elle le semble à autant plus que l'objet du théorème pouvant être admis « sans démonstration » par des esprits peu exigeants.*



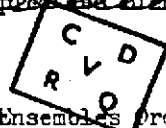
CENTRE DE DOCUMENTATION RAYMOND QUENEAU, Bibliothèque principale, place du Marché, 4800 Verviers (BELGIQUE) 87/33 46 67

Mais comme dit Veblen (Analysis situs, 1931, page 23) à propos de "l'orientation" d'un complexe : "les définitions adoptées paraîtront sans doute très artificielles, mais cela est dû au fait que l'on a à définir une idée aussi intuitive (et élémentairement intuitive) que celle de "sens".

D'autres énoncés simples (par exemple le théorème des quatre couleurs) n'ont pas de solution. Par contre des énoncés difficiles ont des démonstrations simples. ~~On les fait surprendre~~ <sup>on dirait qu'</sup> ; ~~on les~~ on les obtient "par surprise" ; par exemple les théorèmes de théorie des nombres <sup>qui</sup> apparaissent comme ~~des~~ sous-produits de la théorie des fonctions elliptiques (chez Jacobi et chez Hermite).

~~Le théorème des quatre couleurs est un exemple de ce genre.~~

~~On se demande pourquoi.~~



On revient à l'analyse, prenons par exemple le chapitre relatif aux Ensembles ordonnés, les définitions "abstraites" de plus grand élément, d'élément maximal, etc <sup>pourrait fournir des subtilités</sup> ~~peuvent sembler précisément "abstraites"~~ ; de même dans le chapitre VI de l'Algèbre, les notions d'élément étranger, d'élément extrême, etc. ; le lecteur <sup>réflectif</sup> n'en voit pas "l'utilité" et, suivant les usages de l'exposé axiomatique, on ne le prévient pas de la genèse et de la nécessité de ces distinctions. On ~~en~~ <sup>de la méthode axiomatique</sup> découvre l'intérêt <sup>et l'on admire</sup> la puissance ~~de la méthode axiomatique~~ lorsqu'on trouve dans le chapitre VII, paragraphe 1 n° 4 et 5, proposition 6, que cela permet de donner une double (et parallèle) démonstration, et de l'infinité des nombres premiers, et de l'infinité des polynômes unitaires irréductibles sur un corps K.





CENTRE DE DOCUMENTATION RAYMOND QUENEAU, Bibliothèque principale, place du Marché, 4800 VERVIER (BELGIQUE) 87/33 46 67

Il cependant, demeure partout identique à lui-même. C'est lui qu'il in-  
porte de découvrir."

~~Il ne faut pas reprendre les exemples archiconnus de Poincaré,~~  
*Naïvement* on pourrait dire, par exemple, que les *ovales* sont plus proches pa-  
rents des *circles* que des paraboles *plus hyperboles*. Le rapport existant entre les  
coniques, la classification algébrique des courbes - à cela s'ap-  
plique très précisément la phrase de Cailliois. Il est vrai qu'il  
s'agit là d'une géométrie considérée un peu comme science naturelle  
et classificat*ive*.

~~Il y aurait de meilleurs exemples à citer.~~

Plus loin (page 59) ~~et ici nous retrouvons notre justi-~~  
~~fication de l'axiomatisation~~ Cailliois, après avoir rappelé que la  
station debout, la main (au lieu du sabot ou de la griffe) présen-  
tent primitivement des inconvénients, écrit : "Tout se passe comme  
si l'homme, chaque fois, "choisissait" une solution qui lui nuit dans  
l'immédiat, mais qui lui ménage bientôt un surcroît de *pouvoirs*."  
Cette phrase s'applique strictement à l'axiomatisation.

En recherchant à abstraire au maximum, le mathématicien se  
prive ~~des faits, des applications (en apparence)~~. Il se prive aussi  
de la sacro-sainte intuition. Il semble parti dans la lune, on se  
perd en conjectures sur le pourquoi des définitions (*un* plus haut),  
il semble qu'on *s'égare* dans les nuées, ~~dans les abstractions~~. Par  
exemple, certaines théories de l'homologie ne permettent plus de  
calculer les groupes d'homologie. Lorsqu'on a raffiné la théorie des  
fonctions d'une variable réelle, etc. il semblait que ces raffine-  
ments sur la notion de continuité ne fussent que de la scolastique,





~~maintenant peut-on dire qu'un homomorphisme soit plus "abstrait" qu'un nombre entier ?~~

Ajoutons encore cette citation de Caillois (cf. citation page 39) : "En quelque sorte, l'homme et ici je peux dire le mathématicien axiomatisant s'appauvrit, il se dénuie à l'extrême [n'est-ce pas là la qualité des axiomes qui paraissent au premier abord quasiment vidés de toute signification], mais pour acquérir une plus grande diversité de conduites efficaces [c'est bien le cas pour les conséquences déduites des axiomes]. En même temps, il "évite" tout organe trop spécialisé comme l'aile et la nageoire, merveilleusement adaptés mais un seul usage. [Pour reprendre un exemple déjà cité : la théorie de la divisibilité, ~~pour les entiers~~, qui ne "fonctionne" plus dans d'autres corps de nombres]. En fait, il faut partir du plus général pour arriver aux résultats les plus fins. ~~c'est à dire au concret~~."



~~J'y pense, ceci sans rapport avec ce que je viens d'écrire : Bourbaki quoiqu'on en dise est très décontracté pour employer un mot vulgaire et courant. Cela est dû sans doute et ceci montre que ça a un rapport direct avec ce qui vient d'être dit précédemment, à ce que Bourbaki pour "abstrait" et "axiomatiste" que soit, n'en est pas moins homme, c'est à dire que son activité est typiquement, constitutivement et je dirais même physiologiquement humaine. Sa synthèse part du concret pour retourner vers l'action : ~~il est de Bourbaki le~~ sentiment d'aisance dans le maniement d'outils puissants, la familiarité avec des "objets" mathématiques satisfaisants pour l'esprit humain, et cependant pouvant toujours être convertis à la demande à la demande des hommes - en "objets" utilitaires.~~

\* \* \*



faut signaler une sous-catégorie ou une catégorie parallèle : celle des philosophes qui "s'intéressent" aux mathématiques, j'en parlerai ailleurs.

L'existence d'une telle catégorie a, dis-je, quelque chose de contradictoire en soi. Pourquoi ? Voici :

Il y a tout d'abord la tentation d'appartenir au précédent groupe. On ne "lit" pas un livre de mathématiques sans faire, à côté, le même travail. Il faut refaire les théorèmes. Si le livre a des exercices, il faut faire les exercices. D'exercices en exercices on peut être mené à la tentation d'un travail original : dangereux ! Si l'on n'est vraiment qu'amateur, c'est à dire pas spécialement doué. D'autre part, la tentation est de rester à "l'élémentaire". Or c'est le "supérieur" qui est intéressant. Ce qui suppose une application plus longue, plus constante. Mais je me dispenserai de plus longues explications car ça devient vaseux.



Je pense maintenant à l'Encyclopédie. Ce qui m'intéresse aussi dans Bourbaki, c'est la façon dont il mène son affaire. Là je peux apprécier en technicien, alors que jusqu'à présent j'ai surtout apprécié en profane.

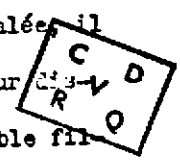


Quand on mène une grande affaire comme Bourbaki, il ne faut pas être seulement fort, il faut aussi être souple. Les fascicules, de la théorie des Ensembles [à l'exception du Fascicule de Résultats - qui parut le premier, daté de 1939, mais dont la justification de tirage est du premier février 1940 (et la couverture du 5)] - c'est drôle, je croyais l'avoir acquis et lu avant la guerre. Or n'étant pas revenu à Paris en 40 avant le mois d'octobre, quand ai-je



~~de ne pu l'acheter ? En tout cas ce n'est qu'en décembre 43 que je l'ai~~  
~~considéré comme la~~ parurent bien après les premiers fascicules d'Al-  
 gèbre et de Topologie, quoique la lecture de ceux-ci se fonde naturel-  
 lement sur ceux-là. Bourbaki <sup>parce que aussi quelquefois on ne</sup> ne ~~est pas~~ privé non plus de faire à  
<sup>l'occasion</sup> allusion à des états plus avancés de la mathématique, ~~et~~  
~~le fait toujours~~ <sup>de</sup> entourant ~~des passages~~ d'astérisques. Enfin, il  
 a publié des errata - parfois copieux. ~~Ce n'est une chose que je~~  
~~n'avais pas expérimenté~~ Avant d'avoir dirigé, moi-même, une ency-  
 clopédie <sup>je ne me doutais pas que l'erreur sur aussi souvent et sur la forme</sup> quoique de nature assez sceptique et méfiante, je faisais  
 tout de même assez confiance ~~dans ces dictionnaires et ouvrages~~ <sup>de</sup>  
~~Je n'y avais jamais remarqué de coquilles, par exemple. De-~~  
 puis que j'ai dû lire ligne <sup>à</sup> ligne une encyclopédie qui a ~~pas~~  
<sup>un exemplaire</sup> ~~dit~~ comme signe et label une coquille - celle du nautil -  
 j'en découvre maintenant chez les autres ! partout ! <sup>même une chez</sup>  
 Bourbaki, pourtant fort attentif. Comme je la lui avais signalée, il  
 me répondit que c'était par humour qu'il l'avait laissée, pour <sup>à</sup>  
 traire un peu le lecteur au passage. ~~Il y a~~ Au lieu "d'ensemble flir-  
 tant à gauche et à droite", "ensemble flirtant à droite et à gauche".  
 Pour revenir aux errata de Bourbaki, on y verra relevé outre ~~des co-~~  
 quilles, des figures incorrectes, <sup>ou des exercices faux</sup> certaines finesses oubliées dans  
 une démonstration, etc. Ce qui serait étonnant, c'est qu'il n'y en  
 eût pas ; je dirai même que c'est là un titre de gloire, <sup>une perfection</sup>  
 tionnement constant. <sup>à</sup> ~~à~~ peu près inévitable. <sup>il y en a</sup>  
 dans des ouvrages élémentaires qui ressassent des trucs archi-connus  
 (ce qui est là condamnable), il y en a chez les plus grands mathéma-  
 ticiens (plusieurs ouvrages <sup>ont</sup> ont été consacrés dont un notamment

significatif et







par un mathématicien belge, quelque peu excentrique, Maxime Lecat.)  
Je ne rappellerai que celle qui se trouve au paragraphe 299 de ce monument de génie mathématique que sont les Recherches Arithmétiques de Gauss, erreur qui ne fut détectée qu'en 1921 par L.E. Dickson, erreur "désastreuse" dit-on.

Tout ceci n'empêche pas les <sup>1921</sup> ~~travaux~~ de Bourbaki d'être <sup>1921</sup> ~~travaux~~.

Quoi un monument de rigueur. Les errata ne sont que véniels. Bourbaki a aussi, détail non négligeable, changé de format et de présentation.

Celle-ci s'est renouvelée, le papier est d'une autre espèce, les

~~exemplaires ont été remis en fin de fascicule, etc. d'ajournement. En soi, venu aussi de l'extérieur dû sans doute à~~

~~son nouvel éditeur Pierre Bédès (il faudra que je lui demande). Et~~  
~~il faut tout de même parler du père matériel, si j'ose dire, et~~

Bourbaki, à savoir son premier éditeur Enrique Freymann, homme singulier que j'ai l'honneur d'avoir un peu connu, et auquel est dédié le fascicule 17 :

"Il y a bientôt vingt ans, dédaignant les conseils de

dence qui lui venaient de toute part, Enrique Freymann décidait d'ac-

cueillir un auteur complètement inconnu du public scientifique".

Dédicace émue, Bourbaki a du cœur, comme il sait être gentil avec son <sup>adjudant</sup> ~~adjoint~~ <sup>(qui fut à la tête de la revue Archiv für Mathematik)</sup>.

Bourbaki fait parfois des progrès : par exemple dans le premier fascicule paru, celui des Résultats de la Théorie des Ensembles, on définissait la réunion d'une famille d'ensembles <sup>qu'en</sup> supposant que ces ensembles ~~appartenaient à un même ensemble~~ étaient des parties d'un même ensemble. Dans le fascicule XVII, vingt-cinq ans plus



124  
 CENTRE DE DOCUMENTATION RAYMOND QUENEAU. Bibliothèque principale, place du Marché, 4800 VERVIER (BELGIQUE) 87/33 46 67

tard, le schéma 8 permet de définir la dite réunion sans ce présupposé. Cela est d'autant plus intéressant que j'avais été particulièrement frappé par ce présupposé lorsque j'avais lu le fascicule de Résultats (paragraphe 4 n° 2). J'avais apprécié ce raffinement et je pensais que Bourbaki évitait ainsi de nombreux paradoxes. Je ne puis qu'en admirer plus le schéma 8.

Les progrès se passent quelquefois dans l'errata ~~très~~ ~~abondants~~ ~~- nous y reviendrons~~. C'est ainsi que la définition I page 99 lignes 5 à 9 concernant la somme d'une famille d'ensembles est remplacée dans un errata par une définition beaucoup plus bourbakienne.

On remarquera, à propos de toutes ces définitions, que Bourbaki définit la réunion et l'intersection d'une famille avant celles de deux ensembles. Ceci est conforme au principe bourbakien de commencer par le plus général pour aboutir au particulier. Mais il s'agit du fascicule XVII ; dans le fascicule I, paru vingt cinq ans plus tôt, on définissait plus banalement d'abord la réunion et l'intersection de deux ensembles. Il est aussi intéressant de comparer la définition de la somme dans fascicule I avec celle ~~sum~~ citée du fascicule XVII (+ errata). Un autre progrès à signaler dans Bourbaki, en passant du fascicule <sup>1</sup> ~~II~~ au fascicule XVII est celui concernant l'axiome du choix. Dans le fascicule I, l'axiome du choix fait encore l'objet d'une mention expresse et il est exprimé sous cette forme : il y a équivalence entre

quelque soit  $x$ , il existe  $y$  tel que  $R(x, y)$

et :

il existe une application  $f$  de  $E$  dans  $F$  telle que, pour tout







$x$ , on ait  $R(x, y)$ .

Il est dit alors que "nous signalerons parfois que la démonstration de tel théorème en dépend ou non". (fascicule I page 26).

Dans le fascicule XVII (page 106), vingt cinq ans plus tard, le dit ~~théorème~~ <sup>théorème</sup> est à peu près escamoté : chapitre II, paragraphe 5, n° 4, sur les produits partiels, on s'aperçoit que l'on vient de le digérer, grâce à un passage en petits caractères. On vient de voir, mais en nous éclairant qu'il existe un ensemble dont chaque élément est un "représentant" de chaque membre d'une famille d'ensembles.

"Intuitivement, on a donc "choisi" un élément  $x$ , dans chacun des  $X$  ; l'introduction du signe logique  $\tau$  et des critères qui en gouvernent l'emploi nous a dispensé d'avoir à formuler un "axiome de choix" pour légitimer cette opération."

Dans un fascicule ultérieur (le fascicule XXII), dans la Note historique consacrée à la Théorie des Ensembles, nous lirons qu'une des principales innovations apportées après les Principia à la Logique, est l'emploi du signe  $\tau$  (par Hilbert - qui l'écrit différemment d'ailleurs) et qui, entre autres utilités, a celle de "dispenser de formuler l'axiome de choix dans la théorie des Ensembles." (p. 81)

Nous ne rappellerons pas les vieilles querelles sur l'axiome de choix dont on trouve des traces dans les premiers volumes de la collection Borel. Qu'en diront les Philosophes ? Rien. Car les soi-disant tels, ignorant tout des mathématiques se taisent ou déconneront.

Exemple cité par Bourbaki lui-même.

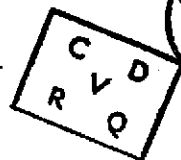


*Comme nous l'avons dit, Bourbaki ne permet pas de l'axiome de l'ensemble. Car les soi-disant tels, ignorant tout des mathématiques se taisent ou déconneront. B. C'est le livre de Freudenthal, enfin la justice des pédagogues.*



« eux-mêmes, et de se convaincre que les constructions, habiles  
 « au langage des mathématiques, se construisent, habiles  
 « par elles-mêmes. L'induction géométrique première se reconstruit, essentiellement  
 « d'une seule façon raisonnable, dans ce langage. Comme dans beaucoup  
 « de parties de la Mathématique moderne, l'induction première s'éclaircit  
 « de plus en plus, en apparence, du langage propre à l'exprimer avec vérité  
 « la précision et la généralité voulues. En l'occurrence, la difficulté  
 « psychologique tient à la nouveauté de hausser aux objets d'une  
 « catégorie déjà assez différente de la catégorie des ensembles (à savoir  
 « la catégorie des pré-ensembles, ou la catégorie des pré-ensembles sur un  
 « pré-ensemble donné) des notions familières pour les ensembles : produits  
 « cartésiens, lois de groupe, d'anneau, de module, fibrés, fibrés principaux,  
 « homomorphismes, etc. Il n'a sans doute d'effort au mathématicien, dans  
 « l'avenir, de se dérober à ce nouvel effort d'abstraction, peut-être  
 « assez minime, somme toute, en comparaison de celui fourni par nos  
 « prédécesseurs, se familiarisant avec la Théorie des Ensembles. »

En ne pouvant mieux dire.



Raymond Queneau