Je n'ai pas l'intention dans ce texte d'expliquer ce que c'est qu'un endomorphisme, un anneau semi-simple ou un produit tensoriel d'espaces topologiques, un filtre ou une distribution, pas même un groupe ou un module. Il n'est que de se reporter à Bourbaki lui-même. Je ne nierai pas que c'est là parfois lecture assez difficile pour un débutant et que Bourbaki a choisi la route la moins royale qui soit. Le lecteur ignorant ce que c'est qu'un groupe croira certes en avoir une connaissance plus "concrète" s'il en aborde l'étude dans un ouvrage comme celui de Verriest (dont la terminologie est d'ailleurs quelque peu dépassée) Mais si l'on peut estimer qu'il y a quelque humour noir à prétendre dans le mode d'emploi qu'"aucune connaissance particulière " n'est requise pour la lecture de l'ouvrage, cette assertion est limitée par " en principe" et les mots subséquents "seulement (sic) une certaine habitude du raisonnement mathématique et un certain pouvoir d'abstraction". Suit un "néanmoins" qui éclaircit les choses : le traité est " destiné plus particulièrement à des lecteurs possédant au moins (re-sic) une bonne connaissance des matières enseignées en France, dans les cours (remarquer le pluriel) de mathématiques générales..... et, si possible , une certaine connaissance des parties essentielles d'un cours de calcul différentiel et intégral".

C'est là où nous atteignons un des points les plus intéressants de l'entreprise bourbakiste : est-il préférable de savoir de quoi il s'agit historiquement (par exemple....) ou d'étudier d'emblée la théorie la plus générale. Or il s'est avéré que les jeunes s'assimilaient fort bien le lait amer bourbakien et dépassaient rapidement leurs maîtres.

Bourbaki ne s'ádresse pas aux amateurs en mathématiques, il faut bien le dire; par amateurs j'entends les personnes qui consacrent leur temps à des problèmes élémentaires (ou du moins ~~xxxxxx~~ d'énoncé élémentaire, comme le théorème de Fermat) ou la géométrie du triangle et qui y déploient parfois un ingéniosité incomparable. Rien dans Bourbaki ne vise à l'anecdote, rien non plus qui tende vers le problème plaisant et délectable (et ceci bien que tant de développements de la topologie moderne se trouvaient en germe - mais seulement en germe - dans les récréations mathématiques.)

L'anecdote se présente surtout dans la théorie des nombres et il faut bien reconnaître que cet anecdotique mystère recèle souvent un ~~[illegible]~~ ~~vrai demeure toujours~~ énigmatique. Il est certain que la théorie des entiers demeure pleine de mystère et ~~que la théorie même des nombres entiers~~ ~~[illegible]~~ singulièrement constellée ~~enveloppée~~ d'énigme.

Par anecdote, j'entends par exemple, que 23 et 239 soient les deux seuls nombres qui soient la somme de neuf cubes et non de moins. Et il y a des milliers d'autres exemples.

Chercher dans Bourbaki un peu l'anecdote. Rarissime.

Pour celui qui a fait ses études mathématiques il ya trente ans, surtout bien conforme au programme, celui-là est bien étonné lorsqu'il entreprend de lire Bourbaki; à vrai dire, c'est pour lui pénétrer dans un autre monde. Ayant déjà des connaissances, le degré d'abstraction qu'on demande, lui semble " abstrait", injustifié, arbitraire. C'est qu'il en est resté à ces êtres mathématiques classiques dont les propriétés étaient en quelques sorte identiques à leur essence. Il allait de soi par exemple que pour les "nombres" (entiers par exemple) , l'addition fut à la fois associative et commutative et doublement distributive par rapport à la multiplication. Il y avait bien le cas de l'exponentiation qui n'est commutztive que dans un seul cas , mais on n'y avait pas porté grande attention. Les extensions successives de l'idée de nombre jusqu'à celle des nombres complexes y comprise n'apportait aucune modification. C'est avec les matrices, les anneaux contenant des diviseurs de zéro, les quaternions , etc. que l'on s'est aperçu qu'il fallait faire une théorie des opérations avant de prétendre saisir l'essence de certains êtres. Nous reviendrons sur ce point. Une fois établi, qu'il y a des ensembles de nombre obéissant - ou plus exactement que l'on peut munir certains ensembles de structures algébriques - il faut ensuite voir ce que deviennent les équations, les fonctions, etc. qui prennent leur valeur dans ces ensembles. on découvre par exemple que dans un corps fini de caractéristique p, l'équation $x^p - x = 0$ a autant de solutions que d'éléments dans le corps. De même, toute théorie des fonctions, étendue d'abord aux nombres complexes, doit s'étendre ensuite aux nombres p-adiques, aux corps finis, etc. D'où la nécessité partir avec des " éléments" permettant les plus grandes générali sations possibles.

D'ailleurs celles-ci ne sont pas encore suffisantes, puis qu' aux dernière nouvelles, d'après Cartan, les considérations d'isomorphismes sont insuffisantes.

Bourbaki vise la plus grande généralité possible - cependant il vise toujours les applications ou les régions vivantes des mathématiques - ce qui revient au même (à développer) . Systémitiquement ou souvent, il signale des "gébéralisations" qu' il laisse de côté comme "dépourvues d'applications" ou "tératologiques".

Dans ce domaine de la très grande généralité où ne conduit plus l'"intuition", les exemples deviennent essentiels : contre-exemples jouent un rôle important. ce sont des garde-fous. de même la tératologie.

" Trop abstrait"

c'est ce qu'on dit lorsqu'on étudie les relations fonctionnelles non plus seulement sur le corps des réels ni même des complexes - mais aussi sur les corps algébriques, les corps finis, les corps p-adiques.

Trop abstrait c'est ce qu'on a dit lorsqu'on a énoncé des régles d'addition et de multiplication valables pour les nombres négatifs, les nombres fractionnaires.

Trop abstrait, c'est ce qu'on a dit lors qu'on a énoncé les mêmes règles de l'addition et de la multiplication pour les poires et pour les pommes.

& qui m'adresserai-je ?

Il n'y a pas de voie royale.

On est mathématicien ou on ne l'est pas.

Alors aux Mathématiciens ? Ce serait bien prétentieux de ma part, c'est ce que Bourbaki fait lui-même.

Aux gens qui s'intéressent aux mathématiques ? aux phicosophes. Comme Bourbaki le fait remarquer, ils sont toujours en retard. Peut-être est-ce faire oeuvre pie à eur égard d'essayer de leur indiquer que Poi,caré est dépassé, Borel itou et que les considérations de Bergson sur Einstein indique de sa part une incompréhension totale - t d'autant plus intéressante que Bergson avait eu quelque résulatats universitaires diplômes concours génréral en mathématiques. Oui? c'est encore pjs intéressant. Faut dire à soa décharge qu'il a retiré de la vente - ou p lutôt qu'il n'a pas laissé réimprimer - ce qui lui était d'autant plus facile quils'éditait à compte d'auteur - une habitude qu'il avait prise dans sa jeunesse, pour l'impression de sa thèse et il ne s'en était pas mal trou son livre Durée et Simulta néité qui est un des exemples les plus consternants de l'"incoppréhension" philosophique et , je le répè d'autant plus notable, que Begrson semblait avoir quelques connaissances dans la matière.

Deruis Aristote sont à la bourre de quelques générations sur la recherche méthématique. Avec Arsitote ça allait encore. Ensuite ce sont les mathématiques qui ont quelque peu sommeillé. Ensuite on a eu l'exemple quelque peu exceptionnel de génies doublement douéstels cette tête de cochon de Descartes et cet intrigant de Leibniz tous deux profond philosophes et mathématiciens sévères. Ensuite, la situtation s'est gâchée. comme le signale fort bien Bourbaki dans sa notice du tome I : Kant estime que la logique n'a guère besoin de se perfectionner après Aristote cependan que le grand , l'immense Hegel démontre qu'il ne peut exister plus de sept planètes l'année où en découvre une huitième. Il serait bon de noter cependant qu'après tout la démonstration est valable si l'on appelle planète les sept corps en question et paraplanètes par exemple les autres (ce qui ne serait pas si sot après tout , par exemple si'il estprouvé que Pluton est un ancien satellite de Neptune , si tel satellite de Mars est artificiel, etc.) Maus^eit-être me laissè-je entraîner ici par mon admiration pour Hegel et légitimer ses considérations que l'on retrouve dans sa Philosop ie de la Nature et qui sont d'ordre purement poètique comme est d'ailleurs la plus part des textes philosophiques conte porains, depuis que la philosophie s'est laiswée dépouiller non seulement de la sociol1ogie et des autres sciences humaines, mais m^me de la logique.

Entre les mains des philosophes , la logique n'a pas fait un pas depuis Arsstote . C'est d'ailleurs ce qu'osait en toute naïveté proféré l'un d'eux au cours d'une conférence à Princeton, devant Gödel. Il y a de quoi rire. En fait, ce sont les philosophes qui rient. Par exemple, la lecture de Poincaré fait rire Alain: on se perd en cojectures sur le degré d'inintelligence de ce philosophe. P-us marant était Svhopenheuer qui trouvait d'un drôle infinie la rencontre en un point d'une tangente à la courbe tangentée. On entre ici dans le domaine de la psychanalyse.

Naturellement, il serait tentant d'engager ici un petit tablea des rapports de la littérature et des mathématiques.

 92

Il est bien spécifié dans :l'introduction de Bourbaki qju'il est nécessaire de s'assimiler dès l'abord de nombruesse notions : C'est là peut-être la grosse difficulté de Bourbaki; ce n'est pas en huit jours que lb n peut non pas comprendre (ça ce n'es rien) mais s'assimiler, être capable de manier, par exemple un ensemble de notion comme celles d'isomorphisme, d'homomorphisme d'endomorphisme;d'automorphisme, etc. Ou, , dans un domaine beaucoup plus élémentaire , les notions d'élément minimal, de pl petit élément, de minorant, de borne inférieure, d'ensemble fil trant à gauche (resp. maximal, plus grand élément, de majorant, borne supérieure, ensemblefiltrant à droite.)

Il est certain que c'est là en quoi consiste le progrès mathématique. Soit un individu quelconque qui conçoit làenotion d 'ensemble ordonné. Quepeut-il faire de plus s'il ne définit pas des notions supplémentaires - élément mini ou maximal, etc. cf. ci-dessus) plus ensemble réticulé, bôtalement ordonné, bien ord onné, etc.