

On admet maintenant assez facilement que le plus important traité de mathématique français - d'une importance mondiale même - qui bouleverse l'enseignement (nous venons ces différents points tout à l'heure) soit signé d'un nom de fantaisie, puis même d'un nom hérité d'un kamular normalien. Même même on en est fier en France, décidément l'esprit de sérieux en a pris un bon coup, où sont les viles barbes des universitaires d'autrefois?

Le nom comme chacun sait désigne une collectivité; sans doute la nécessité d'un pseudonyme se sentait. elle imposée un genre ou l'autre, il se trouva que le pseudonyme était déjà prêt. Rappelons rapidement que ce fut, à l'origine, la suite d'un grand et fortif mathématicien québécois à l'école normale, le dit mathématicien, portant le nom de Nicolas Bourbaki. Pourquoi? De tous les généraux de la guerre de 70, c'est, après tout, le plus sympathique. Mais enfin ça ne suffit pas pour faire un choix. Peut-être ses œuvres presque oubliées. elles des jeunes gens lui se proposaient de rédiger un nouvel Euclide. Mais, en fait, sait-on déjà si, à cette époque du kamular, les dits jeunes gens avaient déjà envisagé la rédaction de leur traité, ou, finie par le désir universaliste de clarifier le forisme des mathématiques contemporaines, ou, nationaliste d'introduire en France des méthodes demeurées pures de l'étranger, mais il ne s'agit pas de flûtel, il s'agit de musique, car il ne s'agit ni



Il n'y a pas
d'oublier
de rappeler
que le
traité de
Bourbaki s'inti-
tule en fait
"Éléments de
mathématiques"

2

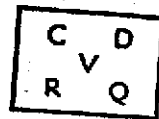


que d'une seule méthode: la méthode axiomatique.
 les grandes découvertes mathématiques contemporaines (entre autres
 mets) comme du grand public - et des philosophes (s'y rendrai)
 sont ~~elles~~ les géométries euclidiennes, les espaces à plusieurs di-
 mensions (confondus souvent avec les précédents), l'existence d'une
 « topologie ^{certaines} ~~non~~ ridicule - bref ce qu'on trouve dans Henri
 Poincaré. On sait tout de même qu'il y a une théorie des ensembles
 (qui date des années 1875) et une théorie des groupes (qui remonte
 au début du XIX^e siècle), cette dernière avantagièrement connue
 en raison de ~~son~~ ^{sa} extrême rapidité, bouleversante et romantique
~~de l'époque~~ d'un jeune mathématicien qui l'utilisa avec
 profondeur. Mais on ignore, en général, qu'il y a à peu près au-
 tant de différence entre la mathématique contemporaine et la
 mathématique à l'époque de Poincaré (de ses débuts) qu'entre
 celle-ci et la mathématique euclidienne. On ignore générale-
 ment, ai-je dit, à vrai dire on commence à le savoir; des efforts
 sont faits pour « moderniser » l'enseignement. Il ne se passe pas
 de mois qu'on ne voit ~~filtrer~~ ^{des} hautes, dessinées, à l'usage
 des math. modernes les jeunes. Quant à critiquer les
 vieux, ce sera assez difficile; ~~un~~ ^{un} mathématicien qui a
 terminé ses études vers 1930 ~~et qui~~ ^{et qui} n'a pas suivi le développe-
 ment des mathématiques modernes, se trouve plus déroute en
 ouvrant le traité de Buraliotti que quelqu'un qui n'y connaît rien.

Des habitudes mentales sont prises ~~par~~ il est difficile de se défaire.
 Quelqu'un qui n'y connaît rien a plus de chances de s'y retrouver.
 La raison de ce double phénomène est elle-même double: l'abstra-
 tion amène à considérer des structures extrêmement simples
 qui sont celles mêmes de l'esprit humain (et qui a retrouvé Jean
 Piaget par son épistémologie génétique), ~~mais~~ elles doivent
 être accessibles à tout esprit non prévenu; un enfant ~~non~~
 (non complexe) ~~comprend~~ intuitivement et immédiatement avec la
~~notion de~~ notion d'ensemble, d'union, de réunion, d'inter-
 section, etc. Qu'est-ce qui fait la difficulté de lecture du traité
 de Borel pour un mathématicien des années 30? c'est qu'il
 cherche à voir, lui, pourquoi (je le suppose intelligent) on a
 besoin de telles abstractions, ~~et ce fait est même~~ pourquoi les
 mathématiciens ont été amenés à ces abstractions qui lui
 paraissent à lui habituer au « concret » des ~~fonctions~~ ~~humaines~~
~~des~~ fonctions continues, fonctions dérivables ou des fonctions
 analytiques d'une variable complexe, parfaitement inutiles, par
 ce qu'il ne dit rien de la théorie de groupes de substitution.
 On a reproché à Borel son abstraction extrême. En fait, il
 s'agit de l'entendre: si la base en est au maximum axiomatique
 (et nous venons plus loin ce qui faut entendre par là), les développe-
 ments se font en fonction du « concret » à atteindre, c'est à dire
 d'une part des desiderata de la physique, d'autre des

dans le cas
 (ou même dans
 l'un des) le cas
 qui elle prend dans
 Borel pour
 au premier abord
 d'ensemble.

Une fois faite la nouvelle présentation, il
 faut se demander en passant aux autres non-dites.
 1) que peut-on en conclure, rien ne peut être dit de plus (il s'agit)



(A)



Il la partage avec nombre d'auteurs contemporains, lesquels parfois s'en expliquent. Je prends par exemple, les Foundations of Algebraic Topology d'Eilenberg et Mac Lane ⁽¹⁹⁵²⁾ qui donne une axiomatisation de la topologie d'une théorie. Phére, à bon nombre d'adjudants de Bourlakhin (franchise, son haute n'en parle pas encore). Après avoir ce que disent ces deux auteurs dans leur Préface: «Aucune raison (motif) n'est donnée de axiomes. ~~Le débutant~~ demande au débutant de les prendre tels quels comme articles de foi — jusqu'à la fin du ch. IV]. Ce ne doit pas être difficile, car la plupart de ces axiomes sont naturels, et leur ensemble possède une beauté interne suffisante pour dispenser, foi chez le moins crédule. »

Utilité future, beauté interne: tels sont les deux raisons qui devraient exister top. au débutant les infus études, quant aux auteurs qui font, si on a choisi tel axiome plutôt que tel autre. Utilité, beauté, ne sont-ce pas là les deux caractères de la mathématique, ceux qui la rapprochent de l'art et la différencient d'une théorie mathématique vivante (et varie en soi-même) et d'une autre théorie. Et à la fois belle et utile. Et ces deux finissent contradiction entre ces deux aspects. Une demande, de la plus haute espèce, parfois la naissance de théories nouvelles, le praticien se prend: le mathématicien

R	V
R	Q



50

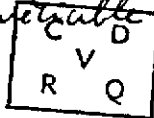
L'homme poursuit son travail et la route sinueuse devient la
 belle autoroute sur laquelle le mathématicien roule sans difficultés.
 Le physicien trouve son chemin à la pioche, à la pelle. Les mathé-
 maticiens trouvent le sentier étroit venant, l'amènent. Si le
 physicien a besoin que son chemin soit plus large ou aille plus
 loin, le mathématicien s'occupe avec son bulldozer. Puis il
 perfectionne, etc.

C	D
V	
R	Q

Là est la différence entre mathématique et art: il y a toujours
 divergence, contradiction entre beauté et utilité, sauf peut-être
 en architecture, le plus mathématique des arts (avec la musique,
 et est vrai). Seule la religion a servi de moyen terme dialectique
 entre beauté et utilité de l'art. Mais ça sort du sujet. Je re-
 viendrai plus loin sur la beauté. Revenons à l'astromathématique



Mais laissons là le lecteur à préjugés. Le ^{comme des éléments} Bombaki dit le prospectus « ne suppose donc, en principe, aucune connaissance mathématique particulière, mais seulement une certaine habitude du raisonnement mathématique et un certain pouvoir d'abstraction. »
 Naturellement, ~~vous ne pouvez pas dire~~ il ne faut pas prendre cette phrase au pied de la lettre; et le « certain » peut être qualifié de litote. ~~Il ne faut pas s'imaginer en effet~~ que Bombaki « se lit comme un roman » (les romans, il en verra, maintenant, ne sont plus si faciles à lire), on s'y casse facilement les dents. Dans un autre passage de des éléments Bombaki dit qu'il s'adresse aux gens qui savent au moins lire et compter. Effectivement. Pour tout dire, c'est pour moi la lecture en un sens libérée, c'est pas comme la musique, on peut refermer le livre. Mais dire-t-on si Bombaki ne s'adresse ni aux vieux mathématiciens enfoncés dans leurs habitudes ni aux lecteurs très déformés, à qui s'adresse-t-il? Eh bien aux jeunes qui ont une bonne formation mathématique — et qui ont l'esprit ouvert).
 Et le phénomène remarquable se produit: les jeunes se joignent rapidement et dépassent des maîtres qui ont eu du mal à se sortir de l'ornière des mathématiques, parfois « claquées » et un peu enrouées de l'après-guerre (1945-1948). Il y avait un nombre appréciable de mathématiciens). Il



Il y a là un phénomène qui ressemble un peu à ce qui s'est passé dans le développement de la psychanalyse : pour être psychanalyste il faut avoir été psychanalysé. Mais alors, qui a analysé Freud? Eh bien, on le sait maintenant, il s'est autoanalysé personnellement, il s'est finalement débrouillé. Il en va de même avec Brouha qui dut s'enseigner lui-même, et pour lui-même son propre esprit.

R
V
Q

Naturellement, il ne s'agit pas de croire non plus que, merveille génétique, Brouha se soit enseigné lui-même. Son père même peut être nommé c'est Hilbert, et il eut comme nourrices van der Waerden, Emmy Noether, Artin, Banach, etc. Rien que des noms étrangers comme on voit. Et c'est là où intervient le point de vue nationaliste : dans la guerre de Brouha, pour l'ai parlé plus haut, j'ai posé un même.

Poincaré a joué un mauvais tour à la mathématique (et à la philosophie) française en raillant le grand Peano et sa définition du zéro (avec Brouha l'a-t-il repris - sous sa forme actuelle.) Son auto-critique a donné aux mathématiciens français des recherches logiques : tout le développement de la logique moderne s'est fait à l'étranger ; en France avant Brouha on ne peut citer que Herbrand, mais (jeune) ; et lui plus tard de l'axiomatique. Or, c'était là que

C.D.
R.Q.
1953

à savoir la source vivifiante de la mathématique, c'était même un retour aux sources premières, et c'était Hilbert qui dispensait cette eau théorétique et rassembleuse. La mathématique française s'en nourrit et par le fait de la jeune de 14-18 structure de jeunes et par l'influence de Poincaré, en pleine crise géométrique. Un peu de retard, et le retard, à court, le retard de la mathématique suit une courbe exponentielle. ~~On~~ On sait d'ailleurs que la mathématique est une suite de « jeunes », c'est autour de 20-25 ans que le mathématicien « fait » son œuvre - vers les années 30, après jeunes mathématiciens ont pris conscience du retard puis par la mathématiques françaises non seulement dans la recherche l'enseignement (il s'en va encore, voir plus haut et voir ci-dessous) mais encore dans la recherche. Et ils créent Bombaki. Et depuis la jeune de 45, trois Français ont une la médaille, le prix Nobel mathématique, Schwartz, Serre et Thom.

~~ici il me faut~~ Ici il me faut pointer dans deux sens: l'originalité de Bombaki (comme suite à ce qui a été dit ci-dessus sur Hilbert); le rassemblement perpétuel de Bombaki (ce qui simplifie des notions sur le groupe Bombaki, cooptation etc.)

Il y a aussi à citer le passage de Leibniz - mais c'est

Je parlerai tout d'abord du rassemblement]

Bombaki bien dit. on, votre Bombaki qui devait avoir 20

C	D
V	Q
R	

C.D.R.
R.Q.
(IMOC)



ans vers les années 30, en a 50 maintenant. Il doit avoir vieilli
nécessairement une fois mathématicien, il doit avoir pris
du retard. Eh bien non, Bombaki n'a pas vieilli parce qu'il ne
peut pas vieillir.

R V Q

Bombaki, si je ne l'ai pas déjà dit, est une collectivité qui se re-
nouvelle par cooptation. Il a été décidé que les bombakistes
de l'an passé la cinquantaine ne font plus partie du groupe
si ce n'est à titre consultatif et révérent. Comment travaillent les
Bombaki? On dit que... une rumeur veut que... l'un d'
entre eux (on deux ou trois au maximum) soit chargé de
la rédaction d'un fascicule. Cette première mouture est
envoyée aux différents Bombaki qui se réunissent
ensuite en congrès; on examine alors cette première rédaction,
on la critique: en général, il n'en reste rien. Et ainsi de suite,
jusqu'à ce que ces révisions intégrées donnent un ensemble non
vide de théorèmes, propositions, scholies et, éventuellement,
axiomes. Il faut ajouter les exercices au sujet desquels y
aurait maintes remarques à faire et les notes historiques
qu'on en provoquerait pas moins.

C D
V

Mais faisons tout d'abord les remarques inspirées par les
exercices. Le lecteur naïf (mais qui n'est pas un lecteur naïf) a en
effet de quoi s'étonner lorsqu'il prend les exercices qui se trouvent
après chaque § d'un fasc. du Bombaki (dans le dernier fascicule

Remarque
l'exercice n'est
pas une remarque...





on trouve les exemples
du § 1 du ch. VII conti-
naient à un ouvrage
sur la théorie des
nombres; les ordinaux
n'apparaissent pas
également dans
les autres.

paraissent tout en fait) et il y aura de quoi. Je ne parle pas ici
de la difficulté de solution, mais simplement de l'énormité. C'est
en effet, il (le lecteur naïf) y trouvera proposé comme exercice
ce qui, dans les traités précédents, avaient toujours figuré comme
théorème et même comme théorème important. Les exemples a-
bondent, je n'en citerai que quelques uns.

Exemples ex. 1 ch. V § 3 de l'algèbre: prouver que l'ensemble des entiers
qui ont la propriété de continuer.

peut-on dire? Comment expliquer que ce qui fut théorème et
même théorème important soit devenu simple exercice.
Pourquoi il suppose le simple mathématiques actuel plus intel-
ligent que celui d'autre fois? Bien sûr que non. Mégalers?
Il y a là l'abaissement d'un (phénomène) courant dans l'his-
toire des mathématiques. La démonstration d'un théorème
nouveau se parfois extrêmement complexe, compliquée, etc.; puis
on la simplifie; puis elle entre dans l'enseignement;
il devient courant; ses simplifications en rendent son usage
facile; enfin, s'il n'est pas essentiel, s'il n'est pas non plus
nécessaire au "style" actuel, aux développements à venir,
il tombe en rang d'exercice. Il y a des exceptions: les théo-
rèmes qui restent toujours difficiles, des théorèmes qui restent
toujours essentiels.

Dans les arithmétiques anciennes, pour prendre un exemple
simple, un chapitre était consacré à l'addition des nombres,



un autre à l'addition des sols, un autre à l'addition des rivières, etc. Seuls figures grand esprit ~~de~~ en ce temps parvenaient à l'abstraction de l'addition d'objets quelconques. Maintenant, on ~~demande~~ exige (et l'on obtient en ^{général}) cette abstraction d'enfants de huit ans.



Plus récemment, on étudiait longuement les propriétés de l'ellipse (après celle du cercle bien sûr), puis de la parabole, puis de l'hyperbole. Puis se vint le moment où l'on a étudié globalement, simultanément, les coniques; et les théorèmes particuliers, dépendant de th. généraux, relatifs à l'ellipse, à la parabole, etc. sont tombés eux aussi au rang de simples exercices.

Encore une fois, il y a eu une grande révolution dans l'enseignement de la géométrie, mais on ne l'a pas faite avec la même attitude de respect pour les choses d'aujourd'hui qu'on l'a faite pour les choses d'hier. On a vu, dans l'enseignement de la géométrie, une révolution qui n'a pas été faite avec la même attitude de respect pour les choses d'aujourd'hui qu'on l'a faite pour les choses d'hier.

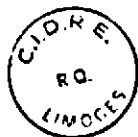
Arrivé en gr. il pour Bombaki. On passe avec lui à un nouveau degré d'abstraction; il en résulte que des théorèmes soit particuliers, soit maintenant tombent au rang de simples exercices, les uns parce qu'ils sont ~~particuliers~~ simples applications de théorèmes plus généraux, les autres parce qu'ils n'ont pas de rôle à jouer dans des exposés futurs, qu'ils sont en quelque sorte des impasses, au moins relativement à l'allure générale que Bombaki donne à son traité (il y a une fois des repentirs: deux l'exemple; même maintenant les deux nouveaux on ne finit seulement dans les exercices posés dans l'index terminologique - ce qui ne se faisait pas dans les premiers fascicules).

Ce qui rattache le plus Bombaki à l'ancienne mathématique,

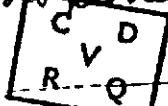


13

ce sont ses notes historiques qui viennent d'être recueillies en un volume séparé. Pour le lecteur naïf, ce livre ne servira plus de lecture à l'ère quelques années, on ne peut que conseiller la lecture d'un fascicule bouabaki de commencer pour la note historique. S'il est effrayé par l'abstraction, il se verra ses origines en cretes; s'il ne sait de quoi il s'agit, il sera renseigné par la note. C'est aussi que formes respectueuses et qu'on les lui présente en forme de géométrie "élémentaire"; on, n'importe, il découvrira la géométrie "élémentaire" comme application, comme dans, ~~respectueuse~~ comme de la théorie des formes fondamentales. de même qu'il découvrira le calcul des probabilités comme appendice de l'intégration.



développer et utiliser



(note) Il y a là une certaine attitude mentale peut-être. Il se peut que pour un profane un tel théorème se présente comme 2 et 2 font 4. Le fait est que la démonstration en est immédiate et que - une fois connue - on peut presque la qualifier d'intuitive. Il en est de même de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ dont la démonstration est actuellement et est aussi immédiate. Finalement, on ne peut plus, abstraction faite de la méthode elle-même (on développe la théorie de la philosophie) nous rendrons plus loin, sur cette question, les extrêmes.

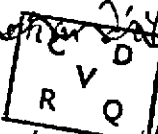
Nous allons revenir un peu au nos pas pour admettre certaines phrases précédentes et qui pourraient laisser croire que l'originalité de Bouabaki est nulle. En fait, certaines des Bouabaki sont des mathématiques d'aujourd'hui qui ont participé à l'avancement de la mathématique et qui en ont fait profiter le Traité. Pour n'en citer qu'un exemple



14

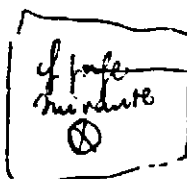
des notions de structure uniforme et de filtre qui donnent toute leur originalité au premier fascicule de Topologie Générale sont dues l'une à Weil, l'autre à Henri Cartan. Il faut dire aussi que de nombreux travaux des membres du Bourbaki peuvent apparaître dans le Traité, jusqu'à l'oubli, de l'oublié par, d'un livre élémentaire.

→ On ne saurait trop insister sur ce point; plus loin nous allons traiter des différentes originalités de Bourbaki. Pour le moment, voyons un peu ce qui implique cette ~~élémentarité~~ ^{élémentarité} ce qui veut dire ceci : élément.



Il s'agit effectivement de mathématiques élémentaires, ce qui ne veut point dire faciles — non de mathématiques "supérieures".

On n'y trouve (jusqu'à présent) ni la théorie analytique des nombres, ni les travaux de M. J. Serre et Grothendieck ou les faisceaux cohérents, les produits tensoriels de modules, le théorème de Riemann-Roch, etc. qui ne passent pas par la petite boîte. Pour le moment on part de l'élémentaire, tout d'abord de la logique, puis de la théorie des ensembles, ensuite sont exposées les deux structures fondamentales ~~l'algèbre et la~~ la Topologie Générale et l'Algèbre, ensuite on passe à des structures plus complexes : espaces vectoriels topologiques, Fonctions de variables réelles, Intégration. La deuxième partie sera probablement intitulée Algèbre Commutative. ~~Une~~ ^{depuis} ~~particulièrement~~ concernant les Algèbres de Lie n'a pas de place encore trouvée dans l'ensemble.



15

Évidemment lorsque Bombaki dit qu'on peut passer la lecture de son livre sans préliminaires, le lecteur étant simplement supposé doué d'un certain "pouvoir d'abstraction", il faut prendre une telle affirmation « cum grano salis ». Evidente Bombaki fait la réserve qu'il est préférable d'avoir une bonne connaissance du programme de maths fines. Allons, encore il dira qu'il n'init pas pour ceux qui ne savent pas le calcul ni reconnaître un chiffre d'un autre. Effectivement, il s'adresse à quelqu'un qui veut lire; c'est là toujours la même question: Qui veut lire? On ne peut forcer à lire un livre, Hegel lui-même l'avait bien vu. Donc, celui qui veut lire Bombaki, il lui suffit d'avoir outre de la ~~bonne~~ ^{bonne} volonté, effectivement un certain "pouvoir d'abstraction".



Entre la lecture de Bombaki et ~~autres~~ ^{les} travaux originaux de mathématique moderne, il y a encore un monde. Une bonne connaissance de Bombaki ne permet pas d'aborder la lecture d'un mémoire de M. Serre ou de M. Grothendieck. Tout au plus elle permettrait d'en avoir vaguement de quoi il s'agit. (Il est vrai que Bombaki n'a encore rien publié concernant la géométrie différentielle, la géométrie Algébrique, etc.) Je ne dis pas ça (que ça ne permet pas de lire les mémoires originaux) non pour donner au désespoir, mais au contraire pour encourager: la mathématique continue à avancer à grand train, et Bombaki avec les boîtes de sept livres que ~~quiconque~~ ^{quiconque} doit changer s'il veut rattraper le train.

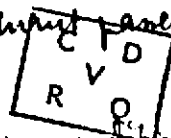
C	D
R	O

... et pour mesurer les progrès.



16

Nous allons passer maintenant aux différentes originalités de Bombaki; nous avons vu celle concernant les exercices, les notes historiques, le contenu même, nous allons maintenant passer au vocabulaire et au style.



La précision des dénominations étant une condition essentielle de l'avancement de toute science et les vocabulaires ~~employés~~ d'usage courant n'avaient d'un nombre insuffisant pour la demande, les savants ont ~~pas l'usage~~ ~~se virent~~ obligés de forger des termes nouveaux. La langue française étant particulièrement peu propre à enfanter de nouveaux mots et les dérivés valables (l'adjectif ~~qui a jamais pu tirer des~~ composé ~~de eau ou de feu?~~) Il faut recourir au latin (aqueux, igné) ou au grec. Une bonne connaissance du grec grécisane en médecine, en biologie, la physique et la chimie ont la ressource des vocabulaires artisanaux et industriels plus ou moins dérivés. Les mathématiciens ont en général avec bonheur utilisé les ressources communes de français et Bombaki se montre sur ce point d'un tempérament fort national. En dehors de morphisme (fils décapité de homo, homéo, iso etc. morphismes - inventions je vois germaniques), et des -jections (bi, in, sur - etc.) ~~composés~~ latinisantes, l'astuce a été d'employer des mots d'usage ~~recor-~~ rant, en leur donnant une définition précise. Ainsi on a eu en dehors des matrices pré-bombakiennes, on voit fleurir les fourneaux, les sorles, les germes, les clans, les boules, les pavés, les filtres, les carapaces, Seul point: Bombaki se refuse à treillis et préfère ensemble réticulé.



Les truies, aigüelles de pit, ont constamment besoin de depaillage
Cix. la charnue, mais combren habitudeles, il faut combattre! Aussi
à mesure pié n'y aint pas de conernins br. et a pie Bernabaki a

est-il ne
fort bon sens
un ruse de
paradoxe et
de l'humour

Je t'ai dit ailleurs (ou je commence à le dire ici) même une réforme
n'est pas faite par les mollans. ~~Lorsqu'on est persuadé que les~~
section de la "féminité" ~~est fatale~~, de l'école "infantile" (p. 196
de l'école, du ch. 9), lorsqu'on est persuadé que la machine est faite, que ce chapitre
de la théorie des groupes, et des invariants, peut être considéré comme
des groupes à premier ordre" (p. 196) on ne va pas faire un sort. à
ces "théorèmes" de la féminité subordonnée qui furent soufflés de
écoles, que l'on peut de balancer à l'infinité et qui ne font
plus la joie que des amateurs.

devient. On des théorèmes célèbres amenés dans les exercices. Cette
pression des exercices déjà abordée plus haut revient donc, et à une prise
de position, et à une prise de position (ce qui est net dans le cas des
nombres ordinaires: cette théorie n'ayant guère eu d'applications,
de vie, comme elle demeure isolée, ~~lequel~~ en est amené dans
les exercices.

Reprenons, par exemple, cette question de la symétrie si maltraitée.
Si l'homothétie apparaît à la p. 2 du ch. II de l'Algèbre, la droite
(homopène) p. 38, la notion de parallèles n'apparaît que p. 127
(dans l'appt II), le parallélogramme dans l'ex. 1 de l'appendice II
(p. 131), le théorème du quadrilatère complet dans l'appendice III
ex. 7 (p. 144) et le théorème de Desargues dans l'ex. 9 (p. 145)
sans aucune évolution, deux symétries et cinq similitudes, on
ne les découvre que dans le ch. 9 (Toujours de l'Algèbre) pp 95, 97 et 98
respectivement et enfin

qui lui-même
n'apparaît que
dans la seconde
édition de ce
chapitre



18



19

si l'hypothèse apparaît et les translations dans l'
 appendice II de la 2^e éd. du corps II de l'Algèbre, l'insolubilité
 de l'apparition que p. 95 du ch. 9, la symétrie p. 97, la similitude
 p. 98 et le th. de Pythagore p. 100 (comme compl. d'une def.
 du ch. II app. II, d'une autre (celle de projecteur) au ch. 8
 et de la formule 12 p. du même livre relative aux applica-
 tions des pulvérisés. Un esprit chagrin pourrait trouver que le
 pont aux ânes est devenu le pont de Tancarville; et il l'est!
 car notre th. englobe non plus seulement l'esp. euclidien de fini-
 sur le corps des reals, mais encore les autres. 
 Continuations: les déplacements p. 101, les coniques p. 102, les ex-
 23 et 25, les rotations p. 152, l'angle de deux droites p. 168,
 l'angle droit p. 170, les fonctions trigonométriques p. 171.
 Pourquoi si loin? Je notifie surtout on a étendu les formules
 trigonométriques de finies sur le corps des reals aux nombres
 complexes (d'où la formule d'Euler $e^{i\theta} = -1$ lui fait révéler
 les parascientifiques et les autres). De ces nous sommes dans
 l'arithmétique, et on nous s'avance qu'il existe bien d'autres
 corps (ou anneaux) de nombres que celui des reals et des complexes
 on commence par établir des formules valables pour toute algèbre
 (plus ex. toute alg. d'un certain type (ensemble) de appli-
 cations linéaires) engendrées par les similitudes directes de finies
 par une (ou plusieurs) laquelles s'elle-même de finies comme
 application du produit de deux modules dans un bi-module.

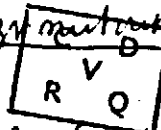
Continuons, nous donnerons le cercle unité dans l'ex. 2 du § 10 (p. 175) la sphère dans l'ex. 12 (p. 179), la projection d'un point par rapport à une sphère (p. 180), l'inversion (p. 180).

Je ne m'étends sur ce point, parce qu'il est particulièrement significatif et compréhensible - la géométrie élémentaire étant en général chose assez connue.

On a généralisé de plus en plus, les faits se sont accumulés, d'où la nécessité de l'axiomatisation.

Quelles sont les raisons de l'axiomatisation? Voici ce que disent par exemple Eilenberg et Mac Lane déjà cités:

« Le gain principal d'un traitement axiomatique est ~~la simplification de la preuve des théorèmes.~~ »



« Le bénéfice principal d'un traitement axiomatique tient surtout à la simplification si elle apporte dans la démonstration des théorèmes. Les démonstrations basées directement sur les axiomes sont généralement simples et « conceptuelles » (satisfaisantes pour la raison). Il n'est plus nécessaire qu'une démonstration soit alourdie par la lourde machinerie utilisée pour définir les groupes d'homologie. On n'a plus besoin de se demander à la fois d'une démonstration: est-ce qu'elle tient encore avec une autre théorie de l'homologie? (car il y a plusieurs théories de l'homologie, trop long à expliquer) ^{on demande si} quand une théorie de l'homologie satisfait aux axiomes, on peut se passer de la « machinerie » [l'architecture] de sa construction.



91

C.D.R.E.
R.Q.
11/00/05On mène de
démonstrations
fautes des les
quadratiques et
les Équations.

les axiomatisations résumées ont toujours conduit à de nouvelles techniques de la démonstration et un nouveau langage correspondant.)) Nous avons déjà vu pour Bourbaki ce qui est son nouveau langage. Il y a donc aussi la question de la démonstration. C'est là un point qui ne peut pas passer légèrement. L'amateur se satisfait parfois de ~~démonstrations~~ ^{démonstrations} insuffisantes, en même temps, l'intérêt du résultat. Un philosophe des sciences, un ingénieur, chacun pour des raisons différentes, pourront s'être intéressés, que par les résultats. Un philosophe des sciences, par exemple, qui veut commenter la généralisation de la notion de fonction périodique (je parle d'un sujet un peu vieillot) se satisfera de savoir si il y a pas de fonction (uniforme) de plus de deux périodes et que si une fonction a deux périodes, le rapport de celles-ci est rationnelle. La démonstration lui importera peu; ce en quoi il a tort, car tout l'intérêt réside dans la démonstration. Un mathématicien s'embellissant un homme qui démontre.

C	D
V	
R	Q

on suppose qu'il y a un être, qu'il ya un être,
par la perception qu'intentionnelle, qu'il faut
aider le F.L.N., etc.

22

le qui importe en mathématiques, c'est la démonstration. En philosophie, on se contente de conjectures! Les sciences non-mathématisées se situent entre les deux: on conjecture ^{après} expérience. Ce n'est pas à dire que le mathématicien ne fasse point de conjectures; cela peut l'aider, mais pour lui cela n'aura guère de valeur informante, tant qu'il n'y aura pas de démonstration, (c'est surtout en théorie des nombres que l'on connaît ce genre de conjectures: p. ex. celle de Goldbach "presque" démontrée par Vinogradov. Mais d'autres ont été démontrées fausses, on ~~probat~~ ^{encore} on a trouvé des cas où la conjecture était fautive. Je cite:

Exemple de

pour les cas où la conjecture était connue. Ici elle:
 plusieurs ^{ajustements}
 ces cas ~~probablement~~ ^{probablement} ~~étaient~~ ^{étaient} ~~corrects~~ ^{corrects}.
 can, greco-latins
 1) Polya a conjecturé que pour tout nombre ≥ 2 , $\pi(x)$

1) Polya a conjecturé que pour tout nombre $\leq x$, il y a autant de nombres qui ont un nombre pair de facteurs premiers que de nombres en ayant un nombre impair. (Cela se voit jusqu'à 800 000. Mais elle se fautive pour x vers $1.845 \cdot 10^{361} = e^{831847}$ (MR, 1960, 3391))

~~$$\lambda(n) = (-1)^{a_1 + \dots + a_r} \quad (p_1 = p_1, p_2, \dots)$$

$$L(x) = \sum_{n \leq x} \lambda(n)$$~~

$L(x)$ không xác định. Với $x = 48512$, "không" xác định.
 $L(x) = -2$

2) Dans le th. de nombres premiers, on a conjecture

De la Torre

CENTRE DE DOCUMENTATION RAYMOND QUENEAU. Bibliothèque principale, place du Marché, 4800 Verviers (BELGIQUE) 87/33 46 67

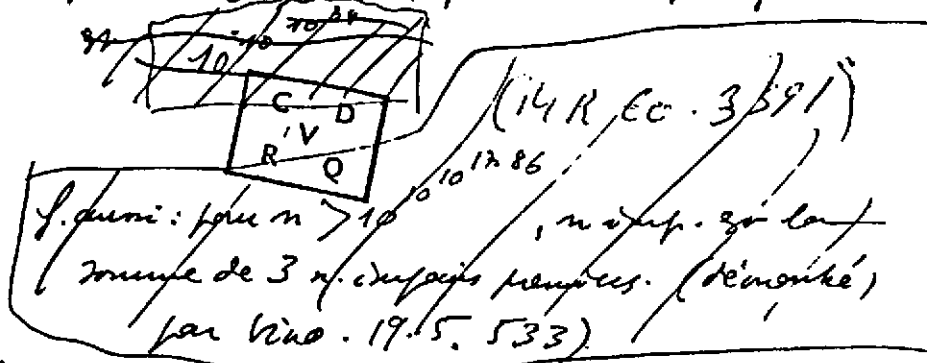
23

~~et pour lui-même !)~~

et pour lui-même !)

$$\pi(x) < li\ x$$

est vrai pour $x < 10^7$; on a des listes partielles jusqu'à 10^9 : toujours vrai. Il y a une infinité de valeurs qui rendent fautive cette conjecture; on prouve qu'il y a un nombre pour lequel il y a un nombre plus petit x' tel que $li\ x' > \pi(x')$; ce nombre X est égal à $10^{10^{10^{10^{10}}}}$.



on peut conclure John Lech (18.8.612)

On remarquera que toutes ces conjectures sont basées sur l'observation des nombres « petits » et démenties par des nombres très « grands », le nombre de (ci-dessus) étant supérieur à celui des autres contenus dans l'univers (à ce jour), c'est-à-dire qu'ils sont « grands ». Encore un autre exemple: ~~Strogonov~~ Schirelman a démontré que tout nombre pair est au plus la somme de trois cent mille nombres premiers (on sait que Waring au XVIII^es. a conjecturé (conjecture!) que tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers, ce qui est constaté être vrai).



84

(sur les nombres « petits »). Dans le même ordre d'idée, Vinogradov
 (19.5.533) a démontré que pour $n > 10^{10^{17.86}}$, ~~quelque~~ tout nombre
 impair est égal à la somme de trois nombres impairs premiers.
 Ici encore que cela veut dire? Eh bien que ~~quelque~~ conjecturer il ne faut
 pas être nigou. Ensuite que seule compte une démonstration qui
 elle sera vraie pour tout nombre. Enfin, d'une façon hypothétique,
 les très grands nombres ne sont pas indifférents, ne forment
 pas un massif indifférent. D'ailleurs comme chacun sait
 il n'y a pas de nombres indifférents. Hardy raconte qu'allant
 voir Ramanujan, il lui dit: « Hier je suis venu dans un taxi
 portant le numéro 1729. Ce n'est pas un nombre très intéressant. »
 « Si », dit Ramanujan après un moment de réflexion, c'est le plus
 petit nombre qui soit de deux façons différentes la somme
 de deux cubes. » Anecdote célèbre et presque éculée. Mais même
 et de plus on peut démontrer qu'il n'y a pas de nombre ^{entier} ~~indifférent~~
 On peut répartir en effet les nombres entiers en deux classes, celle
 des nombres « intéressants » et celle des nombres « indifférents ». Celle-
 ci aura un plus petit nombre ; or le plus petit nombre des nombres
 « intéressants » est un nombre intéressant. Il ~~faudrait~~ ^{il faut} le
 mettre dans la première classe. Et ainsi de suite. ^V ~~Q~~
 Pour revenir à la démonstration (démonstration habile!) de la ~~première~~
 mathématicien jugera toujours une démonstration peu satisfaisante
 si elle est basée sur des astuces étrangères au sujet ou encore





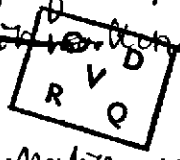
ni elle se basée sur l'énumération et la résolution de différentes possibilités. L'effort du mathématicien porte aussi bien sur la simplification des démonstrations que sur la découverte de nouvelles théories. Par exemple en théorie des nombres, il se satisfait s'il découvre des démonstrations « élémentaires » sans appel à l'analyse. Lorsque ~~Lindemann~~ Hermite et Lindemann eurent démontré (par des moyens analytiques) que e et π sont des nombres transcendants, les mathématiciens n'eurent de cesse d'en trouver une démonstration « élémentaire » (ne pouvant appeler tout au moins qu'un théorème fondamental de l'algèbre). Hilbert, par exemple, a été de ceux-là — lui qui pour démontrer (travaux en théorie des nombres) que tout nombre suffisamment grand est la somme de 6 (k) puissances, k étant au plus ou n'importe quel « suffisamment grand » de $g(k)$ puissances au plus, établisse « une intégrale de volume dans un espace à 25 dimensions, nombre si il peut ensuite se réduire à 5 » (G.H. Hardy, deux problèmes célèbres de la théorie des nombres p. 17. Je signale en passant que le nombre 79 est la somme de 19 licanes, et que « l'on n'en connaît aucun nombre qui en exige davantage » (ce à quoi il se fait allusion dans *Odile* p. 1).

Mais est-il possible d'obtenir toujours une démonstration élémentaire? Ce que le théorème de Gödel semble dire.

Une démonstration est une réduction (plus ou moins

continue) à une tautologie; Mais toute démonstration trop claire
est « triviale ». Ici le mathématicien se fuit entre deux tendances:
la réduction axiomatique d'une part; de l'autre, la joie esthétique,
l'enchantement que lui procure une démonstration difficile.
On peut alors avec gourmandise d'un théorème profond,
d'une démonstration « involved ».

la démonstration de l'irrationalité de la diagonale du carré
le côté 1 fut un théorème « profond », dramatique même.
On y est habitué, pour ~~spécifier~~ ^{donc} tellement la démonstra-
tion est presque triviale.



le théorème de Jordan, démonstration ardue d'une chose simple,
demeure ardue. (C'est la trop grande intuitivité de l'objet du
théorème lui-même, plus, chaque l'esprit que la démonstration en
soit difficile. Mais comme dit Veblen (Analysis situs, 1931, p. 23)
à propos de l'"orientation" d'un complexe : « les définitions adop-
tées paraissent sans doute très artificielles, mais cela ^{syndu qu'il y a} ~~est~~ ^{un} ~~produit~~ ^{produit}
qui l'on a défini une idée aussi intuitive (et élemen-
tairement intuitive) que celle de « sens » ».

D'autres énoncés simples (le th. des quatre couleurs) n'ont pas de
solution. Par contre des ^{par ex.} énoncés difficiles ont des démonstrations
simples, d'une façon surprenante; par exemple on les obtient
« par surprise »; par exemple le théorème d'~~arithmétique~~ ^{théorie des} nombres
qui apparaissent comme des sous-produits de la théorie des fonctions



elliptiques (chez Jacobi et chez Hermite).

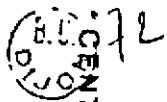
Je donnerai maintenant un autre exemple ^(simple) de l'axiomatisation.

Prenons par exemple le chapitre relatif aux Ensembles Ordonnés, les définitions «abstraites» de plus grand élément, d'élément maximal, etc. peuvent sembler précisément «abstraites», le lecteur n'en voit pas l'utilité et suivant les usages de l'exposé axiomatique on ne le présente pas de la façon et de la nécessité de ces distinctions. On n'en découvre l'intérêt — et la puissance (de la méthode axiomatique) qu'après qu'on trouve dans le ch. VII, § 1 n° 4 et 5, proposition 6 que cela permet de donner une double (et parallèle) démonstration, et de l'infinité des nombres premiers, et de l'infinité ^{des polynômes unitaires irréductibles} sur un corps K .

On comprend alors que la notion de divisibilité, pour s'appliquer à tous (au maximum) de ces cas, a dû être généralisée et que c'est dans le cadre de la théorie des groupes ordonnés (et réticulés) qu'elle peut l'être; et s'appliquer alors non plus seulement aux nombres naturels réels, mais aussi aux ^{ensembles d'}éléments — quel corps — qui peuvent prendre la structure de groupe ordonné (et réticulé).

Parallèlement on a poursuivi une théorie d'opérations qui doit être valable également pour des ensembles structurés d'éléments

de même dans le ch. VI de l'algèbre, les notions d'élément égaux, d'élément extrême, etc.





28

les plus vagues et non plus seulement aux énoncés dont les coefficients sont pris dans le corps des rationnels.

De même maintes fois. Or, sans prétendre subtilités abstraites, la ~~théorie des fonctions~~ de la topologie présente une théorie de fonctions qui s'applique non seulement aux nombres réels (cf. le livre IV) ou complexes, mais encore aux nombres p -adiques, aux corps finis, etc. Pour ne pas parler de « fonctionnelles ».

A ce propos je citerais volontiers Caillors, parlant plus simplement. Il s'agit de seules expérimentales - (p. 17 de Médecine et Vie) - le savant (naturaliste ou physicien) - à l'opposé du naïf, du bon sens qui classerait ensemble tous les animaux à quatre pattes p. ex. - « la vraie tâche consiste au contraire à déterminer des correspondances souterraines, invisibles, inimaginables pour le profane... Ces rapports inédits articulent, au contraire, des phénomènes qui paraissent d'abord n'avoir rien de commun... Des solutions hétéroclites dissimulent efficacement à l'investigation naïve les démarches disjointes d'une économie profonde dont le principe, cependant, demeure partout identique à lui-même. C'est lui qui il est porté de découvrir. »



Pour ne pas reprendre les exemples archaïques de Poincaré, on pourra dire p. ex. que les ~~courbes~~ ^{courbes} sont plus proches ~~des paraboles~~ ^{des paraboles} que des paraboles. Le rapport existant entre les courbes, la classification algébrique des courbes - à cela s'applique très précisément la phrase de Caillors.



29

il est vrai qu'il s'agit là d'une géométrie considérée un peu comme
devenue naturelle et classificatoire.

Il y aurait de meilleurs exemples à citer.

Plus loin (p. 39) - et ici nous retrouvons notre justification
de l'axiomatisation - Galilée écrit, après avoir rappelé que la
station debout, la main (au lieu du sabot ou de la griffe) présentent
primitivement des inconvénients, écrit: « Tout se passe comme si
l'homme, chaque fois, « choisissait » une solution qui lui nuit
pour l'immédiat, mais qui lui ménage bientôt un surcroît
de pouvoirs. » (cette phrase s'applique strictement à l'axiomati-
sation.



En recherchant à abstraire au maximum, le mathématicien
se prive de fait, d'applications (en apparence). Il semble parti
dans la lune, on se perd en conjectures, mais le pourquoi des
définitions (cf. plus haut), il semble qu'en se perdant dans
les mers, dans les abstractions, ^{par exemple} lorsque l'on a raffiné la

il semble aussi
se priver
de la satisfaction
de la construction

certains théorèmes
de l'homologie
ne permettent
plus de calculer
les formes d'homologie

théorie des fonctions d'une variable réelle, ~~les propriétés~~
~~continuité~~, et il semblait que ce raffinement sur la notion
de continuité ne fût que de la scolastique, de l'enlaidissement
de marches, etc. Mais les mathématiciens qui s'y livraient
avaient le « flair » - d'importants développements des
applications des mathématiques n'existent qu'à cause
de l'abstraction à. dans des degrés (il n'en est pas

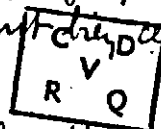
De même celui qui se limite à l'espace euclidien, -
pour distinguer des espaces normaux, séparés, adjoints, etc. ?
Tout ceci sera valable lorsqu'on passera aux espaces fonctionnels



20

trouvent aussi d'aillours; certains mathématiciens manifestent
 le fléchissement dans un sens « mort ». Mais il est
 vrai aussi qu'il est toujours difficile d'admettre qu'une théorie
 mathématique ne « servira » jamais à rien. L'exemple
 de la théorie des courbes est abondant; Einstein fut heureux
 de trouver tout près le calcul différentiel et intégral; de même
 R.A. Fisher ^{l'analyse de la variance} les carrés latins ^{pour l'analyse de variance} par Max Mahon (pas
 le général, bien sûr; l'état-major, comme Bonaparte était
 grec) « avec l'espoir que [sa] découverte ne pourrait jamais être
 utilisée à quoi que ce soit » (Dupré et Girault, *Analyse de variance*
 et plans d'expérience p. 31)

(Certains esprits pensent — mais ils sont déjà refutés (par conséquent
 ce § sera à placer plus haut) — qu'il faudrait définir l'enferme-
 des concepts pour « comprendre » les notions de ~~la~~ la mathé-
 matique moderne. P.ex. pour la topologie en revenant au septième
 tome, *Max et Modèles*, etc.; pour le calcul différentiel, à la
 fin, etc. (que soit l'intérêt parfois pédagogique de cette
 façon de faire, le but n'est pas de faire de la théorie.
 la notion de l'élève.)



Des notions plus ardues parlent dans l'usage courant. Et maintenant
 peut-on dire qu'un homomorphisme soit plus « abstrait »
 qu'un nombre entier?

ajoutons encore cette citation de (aillours (J. L. F. p. 39): " En

31

quelque sorte, [l'homme, et ici je pense dire le mathématicien axio-
matisant] s'affaiblit, il se se dérobe à l'extrême [d'gr. ce pas là
la qualité des axiomes qui pourraient au premier abord paraître
riche de toute signification], mais pour acquiescer une plus grande
diversité de conduites efficaces [d'gr bien le cas pour les constructions
de l'homme des axiomes]. En même temps, il s'écarte. Autrement trop spé-
cialisé comme l'acte et la réaction, merveilleusement adaptés mais
en seul usage. [Pour reprendre un ex. déjà cité : la théorie de la
divisibilité, pour les entiers, et puis ne « fonctionne » plus dans d'
autres corps de nombres]. En fait, il faut partir du plus général pour
arriver aux résultats les plus fins.
J'y pense - ceci sans rapport avec ce que je viens d'écrire : Bourbaki
pour qui on en dire gr de décontracté - pour employer un mot vulgaire
et courant. (Cela gr dû sans doute - et ceci montre que ça a un
rapport direct avec ce qui vient d'être dit précédemment, à ce que
Bourbaki pour ~~est~~ "abstrait" et "axiomatique" qu'il soit, n'en gr
pas moins homme : c'gr. à. dire que son activité gr typiquement
constitutivement et je dirais même physiologiquement humaine.
En synthèse part du concret pour retourner vers l'action : c'gr
le sentiment d'étrangeté dans le maniement d'objets purs, mais
c'gr la familiarité avec des "objets" mathématiques satisfaisant
pour l'esprit humain, et cependant ~~présent~~ toujours être converti
à la demande en "objets" militaires

à la demande de l'homme -

X
X X



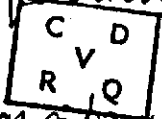


Deuxième partie

32

Si je ne suis enfin et non sans mal de lui à écrire cette présentation, c'est parce que j'ai pensé qu'il ne manifestait peut-être pas d'intérêt pour elle fut-elle par un amateur et par un encyclopédiste. Amateur? oui, de mathématiques. Mais physique, chimie, biologie?? Encyclopédiste — ou tout au moins directeur d'encyclopédie.

Amateur: comment peut-on être amateur en mathématiques? Ça n'existe pas. D'une part il y a les professionnels — très dans l'enseignement on en (NRS), tous des fonctionnaires froids, si j'en crois le manifeste de 76 en octobre 60. Et d'autre part les ignorants (ou même les hostiles). On pourrait citer plein un paragraphe sur les hostiles, les gens qui se flattent de ne pas savoir additionner deux et deux, qui s'insolent du pyré ou du pyram (comme Sacha Guitry, ce qui est faux) — mais ça relève aussi ça de la pédagogie un chapitre que je n'aurais peut-être écrit.



Bon. Mais la division n'est pas si bouchée. Entre les deux, il y a tout une gamme. D'abord les physiciens pour qui les mathématiques sont soit utiles soit banales, et les ingénieurs, des gens froids qui connaissent un bout de la physique; aux yeux du public, ils passent même parfois pour de « vrais mathématiciens ». Je me souviens avoir vu l'architecte de l'Ensemble Pléiade qui voulait mettre « Guitry, mathématicien ». Non; physicien et puis il y a

ceux qui manifestent « des » mathématiques sans avoir à aborder des questions nouvelles, qui peuvent se limiter à l'usage: arithmétique, etc. ou ceux qui n'ont à l'en servir que d'une façon élémentaire: expérimentations biologiques et psychologiques. (qui peuvent poser des problèmes intéressants: les mathématiques directes). Il y a une autre catégorie de gens toute différente et qui on peut appeler les amateurs-productifs; ingénieurs, mathématiciens. Ils se recrutent principalement parmi les scientifiques et les militaires, plus rarement les médecins, les poètes, les absolument en dehors du camp. Leurs travaux portent principalement sur certains aspects élémentaires (et parfois fondamentaux de la mathématique); c'est là que se situent les inventions.



83

rasens.

Je pense maintenant à l'encyclopédie. Ce qui m'intéresse aussi dans Boubouhi c'est la façon dont il mène son affaire. Là je peux apprécier en technicien, ~~mais c'est pas~~ ^{alors} je pense à présent j'ai surtout apprécié en profane.

Quand on mène une grande affaire comme Boubouhi, il ne faut pas être seulement fort, il faut aussi être rigoureux. Les ~~schémas~~ ^{schémas} de la th. des Ensembles (à l'exception du ~~schéma~~ ^{schéma} de Résultats - qui est le premier, daté de 1939, mais dont la justification de l'usage se trouve premier février 1940 (et la couverture du 5) - ça c'est drôle, je croyais l'avoir acquis et lu après la guerre. Or s'étant parvenu à Paris en 60 avant le mois d'octobre, quand ai-je donc pu l'acheter? en tout cas, ce n'est qu'en décembre 63 que je l'ai considéré comme lu.) parurent bien après les ~~schémas~~ ^{schémas} d'algèbre et de Topologie, ~~mais~~ ^{beaucoup} ~~se~~ ^{se} ~~base~~ ^{base} ~~naturellement~~ ^{naturellement} sur ceux-là. Boubouhi ne s'est pas limité non plus de force à l'occasion à des états plus avancés de la mathématique; il le fait toujours en entourant ces paragraphes d'astérisques. Enfin il a publié des errata - parfois ~~nombreux~~ ^{nombreux} copieux. Ça, c'est une chose que je n'avais pas expérimenté avant d'avoir dirigé, moi-même, une encyclopédie; presque de nature encyclopédique et mesurant je faisais tout de même assez confiance dans les dictionnaires et ouvrages analoges. Je n'y avais jamais remarqué de coquilles,

	V	
R		Q



26

un exemple. Depuis que j'ai dû lire, lire à lire une enveloppe
 qui a pris d'ailleurs, comme signe et label une cosquette — celle
 du mentale —, j'en découvre maintenant chez les autres! par-
 tait! même une chez Bombaki, pourtant fort attentif. Comme
 je la lui avais signifiée, il me répondit que c'était par humeur
 qu'il l'avait lue, pour des heures un peu de lecture au premier.
 Il y a au lieu d'ensemble filant à gauche et à droite, « en-
 semble filant à droite et à gauche. » Pour revenir aux
 errata de Bombaki, on y venait relever outre des cosquettes, des
 signes incorrectes, certaines fautes oubliées dans une remarque-
 tion, etc. (Brevets, p. 10) Ce qui restait étonnant, c'est qu'il n'y en ait pas; j'ai
 même pu en la notice de plaire, un perfectionnement constant,
 d'ailleurs, à peu près inévitable. Il y en a dans les ouvrages é-
 ditionnaires qui viennent des trois archi-conus (ce qui est la
 condamnable), il y en a chez les plus grands mathématiciens,
 (plusieurs ouvrages leur ont été consacrés dont un notamment
 par un maître mathématicien belge, (que bien entendu, Maxime
 Léon.) Je ne rappellerai que celle qui se trouve au § 299
 de ce monument de génie mathématique que sont les Recher-
 ches Arithmétiques de Gauss, laquelle ne fut détectée qu'
 en 1921 par L. F. Pickson, lequel a écrit « cause ». R V O
 Tout ceci n'empêche pas le Traité de Bombaki d'être lui
 aussi un monument de rigueur. Ses errata ne sont que vétilles.

37

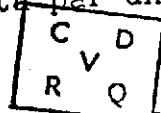
Bombaki a aussi, détail non négligeable, changé le format et la présentation. (elle s'est renouvelée, le papier est d'une autre qualité : ragrément. En soi. Venue aussi de l'extinction du ^{pour} ~~pour~~ à son nouvel éditeur Pierre Bie (il faudra que je lui demande). Et ici il faut tout de même parler du père maternel, si j'ose dire, de Bombaki, à savoir son premier éditeur ^{français} Freymann, homme singulier que j'ai l'honneur de vous en faire connaître, et auquel je dédie le fascicule 17.

"Il y a bientôt vingt ans, s'adressant les conseils de prudence qui lui venaient de toute part, Emile Freymann se disait à l'ac-
 "cueil d'un auteur complètement inconnu du public scientifique."
 "M. de la Roche en me, Bombaki a du cœur, comme il s'est
 fait avec son éditeur."



Bourbaki fait parfois des progrès : par exemple dans le premier fascicule paru, celui des Résultats de la Théorie des Ensembles, On définissait la réunion d'une famille d'ensembles qu'en supposant que ces ensembles appartenaient à un même ensemble (étaient des parties) d'un même ensemble. Dans le fasc. XVII, vingt-cinq ans plus tard, le schéma 8 permet de définir la dite réunion sans ce présupposé. Cela est d'autant plus intéressant ~~pour moi~~ que j'avais été particulière-
 ment frappé par ce présupposé lorsque j'avais lu ~~le fascicule de résultats~~ ~~le fascicule de résultats~~ (4 n° 2).
 Je m'étais ^{aperçu} ~~aperçu~~ ce raffinement et je pensais que Bourbaki évitait ainsi de nombreux paradoxes. Je ne puis qu'en admirer plus le schéma 8.

Les progrès se passent quelquefois dans l'errata - très abondants - nous y reviendrons. C'est ainsi que la définition p. 99 lignes 5 à 9 concernant la somme d'une famille d'ensembles est remplacée dans un errata par une définition beaucoup plus bourbakienne.



On remarquera, à propos de toutes ces définitions, que Bourbaki, définit la réunion et l'intersection d'une famille ... avant celles de deux ensembles. Ceci est conforme au principe bourbakien de commencer par le plus général pour aboutir au particulier. Mais il s'agit du fasc. XVII; dans le fasc. I, paru vingt-cinq ans plus tôt, on définissait plus banalement d'abord la réunion et l'intersection de deux ensembles. Il est aussi intéressant de comparer la définition de la somme dans fasc. R avec celle sus-citée du fasc. XVII (+ errata)

39



il existe une application f de E dans F telle que, pour tout x , on ait $R / x, y /$

Dans le fasc.XVII (p.106) , vingt-cinq ans plus tard, le dit thème est à peu près escamoté : ch.II, par.5, n° 4, sur les produits partiels, on s'aperçoit que l'on vient de le digérer, grâce à un ~~passage~~ passage en petits caractères. On vient de voir - mais en nous éclairant - qu'il existe un ensemble dont chaque élément est un "représentant" de chaque membre d'une famille d'ensembles. " Intuitivement, on a donc "choisi" un élément x , dans chacun des X_i ; l'introduction du signe logique et des critères qui en gouvernent l'emploi nous a dispensé d'avoir à formuler un "axiome de choix" pour légitimer cette opération."

Nous ne rappelons pas les vieilles querelles sur l'axiome de choix ~~qui l'on~~
dont on trouve des traces dans les premiers volumes de la collection Morel.
pu en devint les philosophes. Rien. Car les sci. étant tels, ignorant tout des
~~rappeler la vieille querelle~~
~~reviennent sur ce fameux signe ϵ~~
mathématiques se tenant en le connaissent.