les spécialistes qui savaient de quoi il retournait

qui étaient pour

qui étaient contre

les spécialistes qui ne savaient pas de quoi il retournait (profs, ingénieurs, etc.)

les non-spécialistes (philosophes, amateurs, etc.)

Picard - les sc. Maths. modernes
1/2 s. pp 19-20.

si N. et L. avaient pensé que ...
si Lagrange ...
erreur ≠ vérité relative

2ème p. thèse F. Restand
Mais les maths n'ont pas les mêmes scrupules
exactitude [illegible]
calcul inf.
d'à peu près

"timidité" de Lebesgue
Préface 2ème éd.

Quand Cramer a inventé sa formule, il y a des professeurs qui ont dû regretter que l'on ne résolve pas les systèmes un par un. Ils ont trouvé que c'était de la [illegible]

La science consiste en mesures et en calculs sur des mesures.
Les calculs ont un aspect abstrait qui les a fait prendre pour des réalisations analogues à celles dont il est question dans philosophie. D'où le pythagorisme. (et le platonisme ?)

Bourbaki n'a pas un but pédagogique, de rendre facile l'approche des mathématiques, d'aplanir la route, etc. pour une méthode aisée. Mais d'en établir les fondements. Méthode rigoureuse. C'est celle d'Euclide, c'est celle de toute mathématique sérieuse : on part d'axiomes et l'on en déduit des théorèmes vrais, en toute rigueur, suivant des schèmes déductifs fixés. Certains diront : ce n'est pas là la méthode créatrice, vivante, etc. On fera appel à l'intuition, au hasard de la découverte. On parlera — et je parlerai moi-même de la vie de la mathématique, de ses modes mêmes. Mais il n'en est pas moins légitime de vouloir fonder fermement les résultats obtenus. D'ailleurs est-il si vrai que la méthode axiomatique ne conduit à aucune découverte. En fait celle des filtres, des structures uniformes, etc. et bien d'autres sont dues à la méth. axiomatique. La rigueur est le bain d'Eson des mathématiques. Les démonstrations, non les résultats sont la chair, le sang, la vie même des mathématiques. Dans certains ouvrages de vulgarisation ou philosophiques, on considère parfois les résultats plus ou moins curieux des M., les théorèmes plus ou moins étranges sans en étudier, sans s'intéresser à la démonstration. C'est bien là le type du non-mathématicien la marche des mathématiques en tant que créatrices et vivantes ne consiste pas en une déduction, comparable à des saucisses sortant d'une machine à hacher. Ce n'est pas une machine qui débite des théorèmes intéressants (se multipliant indéfiniment) d'une façon continue et automatique. En fait elle marche — cette marche — par sauts et retours en arrière.

Exemple. Une fois qu'on s'est donné les nombres entiers et leurs définitions et les lois des quatre opérations, si l'on se tourne les pouces, rien ne se produira. Mais si à partir de ce moment on énonce ~~pose~~ la définition de nombre premier (et il y a un nombre indéfini de définitions que l'on pourrait énoncer à ce moment), alors par là-même on pose une quantité de problèmes énonçables qui semblent être à une distance infinie dans la suite des propositions produites par la machine; et dont le théorème de Gödel annonce même qu'ils se pourraient bien ne pas s'y trouver.

Une fois les règles du jeu posées, encore faut-il jouer. Mais énumérer les nombres entiers, les [illegible], etc. ce n'est pas là faire des mathématiques. Il n'y aura mathématique qu'au moment où l'on se posera un problème, c.à.d. une définition. Reprenons le même exemple. On considérera les multiples de 1, de 2, de 3, de 4, etc. On donnera la définition des multiples. On pourrait en rester là. Mais qu'on les considère comme des classes, on démontrera que $(4) \subset (2)$ que la classe des multiples de 4 est comprise dans celle des multiples de 2; et que l'intersection de $(2) \cap (3)$ est la classe des (6), etc. On s'occupera ensuite des nombres qui ne sont multiples d'aucun autre: les nombres premiers. On pourrait en rester là. Mais on peut se poser des questions à leur propos; questions plus ou moins intéressantes d'ailleurs. On verra facilement qu'il n'y a qu'un nombre pair (2) de même qu'il n'y a qu'un seul représentant de chaque classe de multiples de premiers, à savoir le plus petit d'entre eux. On peut se demander s'il y a une infinité de nombres premiers? Si le mot infini gêne, on se posera la question; un nombre premier étant donné, en existe-t-il un plus grand? On démontre (Euclide) aisément que oui. Si on déroulait toute la série des théorèmes possibles sur les nombres entiers, combien de temps faudrait-il attendre pour que ce théorème "sorte"? C'est encore un problème, mais d'un ordre différent.

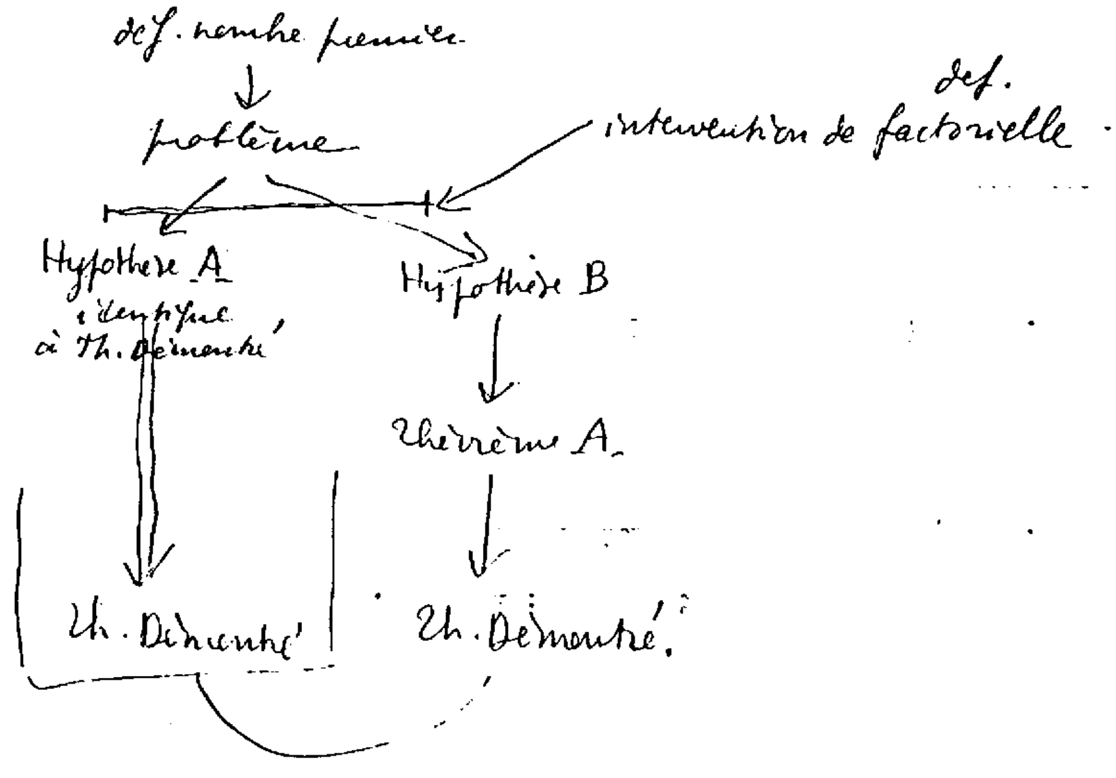
Il est peut-être intéressant d'examiner de près cette démonstration. Soit $N$ le nombre premier donné; et considérons: $N! + 1$ — Mais ici, je m'arrête. Pour avancer, on a, d'autre part, énoncé une autre définition, celle de factorielle: $1.2.3 \ldots n$, le produit des $n$ premiers nombres. Quand on fera de l'analyse on aura le plaisir de retrouver cette conception dans l'expression des intégrales eulériennes.

Mais, il est d'autre part, évident qu'à ce stade, on pourrait énoncer des multiples autres définitions de cet ordre — dont la plupart se réduisent à celle-ci. On pourrait poser $P(n)$ et $I(n)$ produits respectifs des nombres ~~im~~pairs $\leqslant n$ et des nombres impairs $\leqslant n$. On aura $P(n).I(n) = n!$ etc. Ce qui est intéressant, c'est la factorielle.

Reprenons. Si $N!+1$ est premier, le théorème est démontré, ou plutôt n'a pas besoin d'être démontré. (On pourrait exiger de démontrer que $n!+1$ peut être premier, mais cela n'a pas d'intérêt.) Si $N!+1$ n'est pas premier, il ne sera divisible par aucun nombre plus petit que n. On se réfère ici au théorème que $p.n+1$ n'est pas divisible par $p$ $(p \neq 1)$ (Th. A). Donc il y a un nombre premier $> N$ qui divise $N!+1$ et donc le théorème n'est pas démontré.



On a le schéma.




Ce n'est pas un théorème constructif : il n'apprend pas à construire un nombre premier plus grand que le précédent.
Autre question : peut-on le démontrer sans l'int. de la factorielle ?

exemple : $\int \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$ chgt de variable : $e^{2x} = u$

on trouve : $\log(e^{2x}-1) - x$

~~réponse~~ la solution est trouvée : $\log (e^{x} - e^{-x})$

ça sera merde je me suis trompé

mais on trouvera aussi que

$$\int \frac{u+1}{2u(u-1)}\,du = \log\left(\sqrt{u} - \frac{1}{\sqrt{u}}\right)$$

Jeux algébriques

$$\log\left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}-1}\right) = x$$

$$e^{2x} - 1 = e^{x+y}$$

$$e^{x} - e^{-x} = e^{y}$$

$$\log\left(\frac{e^{2x}-1}{e^{x}-e^{-x}}\right) = \log(e^{x}) = x$$

cf. Savin p. 211

math intuitives et directes

fonction notion directe

déduction → dir.

problème → intu.

facilité et difficulté.

Les phénoménologues
"demeurent encore dans un univers pré-galiléen"

Plethon du ch

semble r. l dans une lettre à Lucinot
(citée par ...)

le marxisme
"a voulu essayé de faire de l'histoire une science qui se faire
se trouve science, une histoire."
Karl Marx, écrit posthume, p. 49
(cité par Garaudy)

« Il n'y a de science que de ce qui se cache »
(Bachelard : Le rationalisme appliqué p. 38)

« Si la manifestation des choses coïncidait avec leur essence, toute science deviendrait superflue. »
(Marx, Capital — où ?)

(cité par Garaudy)
cf. préface de Hegel



Je conviens que l'on peut être une ..., jolie chose, mais au fond, ... peut on n'être pas mal non plus

(Dostoïevsky ! Sous Sontenai p. 168)

C'est bien — non c'est parfait !

NOTES

Max Planck
Messmain
Xavier Bloch
Sayer
Mouffe Lenez
l'euphonie
[illegible]

 10

le mathématicien fidèle et modèle

l'esprit classificatoire . à l'usage des sciences les plus élémentaires.

l' — empirique pensée des enfants ... archimède ...

l' — expérimental

l' — rationnel

l' — axiomatique

l' — néomathématique



Revue Scientifique

H. Cartan - 1943 - fasc. 1 - n° 3216

J. Dieudonné - 1939 - — 4 —

Chevalley et Dandieu - R. ph. 1932 - n° 1-2

R. Mét. et Mor. 1935 n° 3. (Chevalley)

fasc 1137. (Dieudonné, Valiron, etc.)

hofnes. Un de fermat des Nubes

Liouville : B. Inst mss. 3615 - 3617